

引用格式:马振,贾保先.基于观点动力学的社交网络观点共识达成研究[J].中国传媒大学学报(自然科学版),2023,30(02):56-67.  
文章编号:1673-4793(2023)02-0056-12

# 基于观点动力学的社交网络观点共识达成研究

马振<sup>1</sup>,贾保先<sup>2</sup>

(1.聊城大学图书馆,聊城252000;2.聊城大学计算机学院,聊城252000)

**摘要:**使用明确的方法和步骤去模拟社交网络中观点达成共识,有助于舆情管理和舆情引导,对促进网络舆情的合理治理具有重要的理论和现实意义。为探究社交网络观点共识的动态演化过程,基于观点动力学视角,建立了观点领袖与支持者合成因素的观点动态演化模型;在此基础上,提出了最小调整策略的共识达成模型;最后,通过仿真模拟实验验证了模型的有效性,通过实例分析验证了模型的可行性。研究有效模拟了社交网络的舆情观点共识达成的动态过程,并形成了有效策略引导舆情导向。

**关键词:**共识达成;最小调整策略;观点动力学;网络舆论;动态演化

**中图分类号:**C34;G206;TP391.9 **文献标识码:**A

## Research on consensus in social networks based on opinion dynamics

MA Zhen<sup>1</sup>, JIA Baoxian<sup>2</sup>

(1. Technology Department of Library, Liaocheng University of China, Liaocheng 252000, China; 2. School of Computer Science, Liaocheng University, Liaocheng 252000, China)

**Abstract:** This paper uses clear methods and steps to simulate views in social networks to reach consensus which is conducive to public opinion management and guidance and has important theoretical and practical significance in promoting the rational governance of online public opinion. In order to explore the dynamic evolution process of social network opinion consensus, the opinion dynamic evolution model is established based on the composite factors of opinion leaders and supporters from the perspective of opinion dynamics; on this basis, the consensus reaching model of minimum adjustment strategy is proposed; finally, the validity of the model is verified through simulation experiments and the feasibility of the model is verified via case analysis. This study effectively simulates the dynamic process of reaching consensus on public opinion on social network and forms effective strategies to guide public opinion.

**Keywords:** consensus reached; minimum adjustment strategy; opinion dynamics; network public opinion; dynamic evolution

## 1 引言

在社会需求和技术进步的推动下,现实决策中的个体习惯于利用社交平台分享和交流想法、偏好,形成不同的观点,各种观点通过个体间的交互影

响,在群体中传播扩散。受到决策方式、外界条件等因素影响,个体的观点不断演化、分散、聚合<sup>[1]</sup>。进而,个体的观点在局部交互作用下会在宏观层面涌现出复杂的社会现象<sup>[2]</sup>,这种社会现象有时会给社会舆情带来极大的负面影响。当前,社交网络上舆情管理的

**基金项目:**国家自然科学基金(61801264);山东省社会科学基金(19BJCJ47);聊城大学校级人文社科基金(321021948)

**作者简介(\*为通讯作者):**马振(1984-),男,硕士,讲师,主要从事观点演化、复杂系统建模研究。Email:mazhenking@126.com;贾保先(1982-),男,博士,副教授,主要从事人工智能、大数据研究。Email:mazhen@lcu.edu.cn

核心问题之一就是“观点如何达成共识”。共识<sup>[3]</sup>指多元社会主体在决策、目标、规范、信仰、价值观念、制度安排等诸多层面和领域形成的一致意向、共同认识。观点达成共识是网络环境治理的前提,网络中负面的舆情容易引发个体的共识,“共识焦虑”相互影响、叠加,不断瓦解着网络环境治理共识形成的基础<sup>[4]</sup>。若舆情管理部门应对不及时、策略选择不恰当,极易加剧负面舆情的蔓延<sup>[5]</sup>。如果能够主动、积极地引导舆情向正确的方向达成共识,则有助于舆情的管控和治理。研究明确的算法和模型去模拟现实网络环境中达成共识的动态过程,以左右现实过程向着正确的方向达成共识,对营造和谐文明、风清气正的网络环境具有重要的社会意义。

观点动力学正是研究社会系统中个体决策与外界公共信息的影响下,某些特定事件或事物所持的不同观点所形成和演化的问题<sup>[6]</sup>。由此,达成观点共识的模型正适合于在观点动力学的视角下进行研究。观点动力学应用于舆情疏导、市场营销、投票选举等诸多领域。前人对观点动力学的研究主要集中在5个方面:(1)不同传播机制下的观点动力学模型;(2)异构社交网络环境下的观点动力学;(3)观点控制策略;(4)噪声对观点动力学的影响;(5)观点动力学与传统群体决策的研究。此外,一些学者还致力于研究观点动力学模型的实践应用,为舆情管理提供帮助。

在观点动力学中,共识达成是主要研究方向之一。一些学者改进了观点动力学中的共识达成策略。其中,代表性研究成果有:苏炯铭等(2014)<sup>[7]</sup>引入个体之间的信任度和观点的相似度,建立了一个带权重的观点共识模型;Proskurnikov等(2016)<sup>[8]</sup>研究了社交网络中敌对阵营的观点分化与共识达成的互相演化动态;Dong等(2017)<sup>[9]</sup>提出了一种在社交网络中以最小互动以形成基于观点领袖的共识策略;Su等(2017)<sup>[10]</sup>研究了噪声环境中如何显著地帮助 Hegselmann-Krause模型中的观点实现“同步”;Wang等(2022)<sup>[11]</sup>提出了一种基于时间约束的深度强化学习观点动力学共识达成策略;Zou等(2022)<sup>[12]</sup>讨论了具有可信区间的社交网络中观点动力学的目标双边一致性;Lang等(2022)<sup>[13]</sup>开发了一种新的基于竞争博弈的社交网络 DeGroot模型,还分析了相关影响因素在达成共识和竞争结果中的作用;Yao等(2022)<sup>[14]</sup>研究了具有一个或多个顽固节点的 Friedkin-Johnson模型的聚类一致性;Liu等(2023)<sup>[15]</sup>建立了一种新的社会信任传播机制下多准则大规模群体决策的观点动力学和最小

调整驱动的共识模型。

此外,与研究相关的另一个主题是社交网络中的共识达成。代表性研究成果有:Zhou等(2022)<sup>[16]</sup>提出了一种社交网络下大规模群体决策的并行动态反馈共识达成机制;Gong等(2022)<sup>[17]</sup>构建了基于不确定偏好的社交网络中的最小成本共识模型;Song等(2023)<sup>[18]</sup>建立了具有感情移入和模糊交互的社交网络效用共识模型;Meng等(2023)<sup>[19]</sup>建立了社交网络下大规模群体决策的自适应最小调整一致性模型;Yang等(2023)<sup>[20]</sup>利用一种非合作行为管理方法,建立了社交网络环境下大型群体应急决策的新型共识达成模型;Shang等(2023)<sup>[21]</sup>提出了一种社交网络群体决策中基于反馈机制和社会互动的自适应一致性方法;Xing等(2023)<sup>[22]</sup>提出了一种基于讨价还价博弈的反馈机制,用于支持动态社交网络群体决策中的共识;Hua等(2023)<sup>[23]</sup>基于复杂网络的视角,采用了符号翻译的扩展比较语言表达,构建了一种新的社交网络群体决策共识达成策略。

尽管已有大量基于观点动力学视角的社交网络观点共识达成的研究,但是现有研究仍然存在一些问题与挑战:(1)社交网络中拥有大量知识、文化和经验异质的个体,可将这些个体分成两种身份:领袖和支持者。他们拥有不同的沟通机制,因此对舆情的影响力也不同。同时,不同个体之间的联系也会对观点的演变产生不同影响。所以,有必要分别考虑领袖和支持者的影响因素来模拟合成的观点演变动态;(2)现有的研究中,研究了观点形成的动态过程,讨论了形成稳定观点的不同形式(即共识、极化和集群)的过程和条件。而现实舆情管理中,还需要明确的方法和步骤去达成期望的观点共识;(3)已有研究侧重于观点动力学的达成共识策略。现有策略中,可以通过调整个体的观点来达成共识。但是,由于个体对调整接受程度不同,仅调整策略不一定能保证共识的达成。此外,在考虑社交复杂情况时,还需要利用个体之间的关联度来提高共识度。基于现有研究所面临的问题与挑战,本文旨在开发一种优化策略来模拟观点动力学的达成共识。

## 2 理论基础与模型

### 2.1 图论描述

社交网络图的定义和表示如下<sup>[24]</sup>:

定义 1:定义社交网络  $G(V,E)$ 。  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$

是一组节点,  $E$  是  $V$  的一组有序边。假设集合  $V$  有限且非空, 集合  $E$  有限。

定义2: 定义  $V$  的邻接矩阵  $B=(b_{ij})_{n \times n}$ 。  $b_{ij}$  是 0~1 的变量, 表示从  $v_i$  到  $v_j$  是否有边。  $b_{ij}=1$  表示从  $v_i$  到  $v_j$  有边; 否则  $b_{ij}=0$ 。即:

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, & (v_i, v_j) \in E \\ 0, & (v_i, v_j) \notin E \end{cases} \quad (1)$$

定义3: 在  $G(V, E)$  中, 边序列  $e_{i_1 i_2}, e_{i_2 i_3}, \dots, e_{i_{n-1} i_n}$  称为从  $v_{i_1}$  到  $v_{i_n}$  的有向路径。为方便表述, 将  $v_{i_1}$  到  $v_{i_n}$  的路径表示为:

$$v_{i_1} \rightarrow v_{i_2} \rightarrow \dots \rightarrow v_{i_n}$$

定义4: 定义可达矩阵  $P=(p_{ij})_{n \times n}$ 。当存在从  $v_i$  到  $v_j$  的路径时,  $p_{ij}=1$ ; 否则  $p_{ij}=0$ 。可达矩阵可由 Warshall 算法<sup>[25]</sup>确定。

## 2.2 社交网络的 DeGroot 模型

假设  $V=\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  为个体集合, 其中  $v_i$  表示第  $i$  个个体,  $i=1, 2, \dots, n$ 。  $o_i(t) \in [0, 1]$  表示在时刻  $t$  个体  $v_i$  的观点。

社交网络 DeGroot 模型<sup>[26]</sup>的具体步骤如下:

step1: 计算个体的出度。设  $b_i$  为  $v_i$  的出度, 表示节点  $v_i$  的边数。因此, 基于等式(1)中定义的邻接矩阵, 得到:

$$b_i = \sum_{j=1, j \neq i}^n b_{ij} \quad (2)$$

step 2: 计算分配给其它个体  $v_j$  的权重。假设  $w_{ij}$  是  $v_i$  分配给  $v_j$  的权重, 则:

$$w_{ij} = \frac{b_{ij}}{\sum_{j=1, j \neq i}^n b_{ij}} \quad (3)$$

对于任意  $v_i \in V \in V$ ,  $w_{ij} \geq 0, w_{ij} \geq 0$  且  $\sum_{j=1, j \neq i}^n w_{ij} = 1, \sum_{j=1, j \neq i}^n w_{ij} = 1$ 。

step 3: 观点演变。  $o_i(t+1)$  是时刻  $t+1$  个体  $v_i$  的观点, 其中:

$$o_i(t+1) = w_{i1}o_1(t) + w_{i2}o_2(t) + \dots + w_{in}o_n(t) \quad (4)$$

## 3 合成动态观点模型的构建

### 3.1 问题描述

由于现实情况十分复杂, 为便于构建模型, 首先需要设定 2 个假设条件。

假设 1: 个体在社交网络中有两种身份: 领袖和支

持者。在现实世界中存在着一些具有扎实的专业知识、丰富的社会经验和人文经验的个体, 并且在社交网络中有巨大的影响力, 假设这些个体为社交网络的“领袖”。而社交网络“支持者”的观点形成则主要受到“领袖”的影响。

假设 2: 在观点动力学中, 每个领袖的观点都随着社交网络中其他领袖的观点动态更新。每个支持者的观点将根据同一子网的领袖和支持者的观点动态更新。

在传统的观点动力学中, 每一个体都拥有相同的话语权。然而, 本假设的个体有两种身份(观点领袖和支持者), 话语权、影响力不同。因此, 将领袖和支持者的综合动态观点称为合成动态观点。

另外, 文中的主要符号含义如下:

$G$ : 初始社交网络;  $G^l$ : 第  $l$  个社交子网络,  $l=1, 2, \dots, q$ ;  $e_{ij}$ : 从  $v_i$  到  $v_j$  的连接(边);  $t$ : 离散时间,  $t=0, 1, 2, \dots, q$ ; 社交子网络的数量;  $V_{G^l}^{leader}$ : 子网  $G^l$  中的一组领袖, 其中  $V_{G^l}^{leader} \cap V_{G^l}^{leader} = \emptyset, i \neq l$  且  $i, l \in \{1, 2, \dots, q\}$ ;  $V^{leader}$ : 所有子网中的领袖,  $V^{leader} = V_{G^1}^{leader} \cup V_{G^2}^{leader} \cup \dots \cup V_{G^q}^{leader}$ ;  $V_{G^l}^{follower}$ : 子网  $G^l$  中的一组支持者, 其中  $V_{G^l}^{follower} \cap V_{G^l}^{follower} = \emptyset, i \neq l$  且  $i, l \in \{1, 2, \dots, q\}$ ;  $V^{follower}$ : 所有子网中的支持者,  $V^{follower} = V_{G^1}^{follower} \cup V_{G^2}^{follower} \cup \dots \cup V_{G^q}^{follower}$ ;  $V^{leader} = V_{G^1}^{leader} \cup V_{G^2}^{leader} \cup \dots \cup V_{G^q}^{leader}$ , 且  $V^{leader} \cup V^{follower} = V$ ;  $o_i(t)$ : 个体  $v_i$  在时刻  $t$  的初始观点,  $o_i(t) \in [0, 1]$ ;  $\bar{o}_i(t)$ : 个体  $v_i$  在时刻  $t$  的调整观点,  $\bar{o}_i(t) \in [0, 1]$ ;  $S = (s_{ij})_{n \times n}$ : 连接权重矩阵,  $s_{ij} \in [0, 1]$ ,  $s_{ij}$  表示连接  $e_{ij}$  上的权重,  $s_{ij}$  值越大,  $v_i$  对  $v_j$  的信任度越大。

### 3.2 网络划分算法

为了确定领袖及其支持者的集合, 将社交网络  $G(V, E)$  划分为若干子网络。

详细的网络划分算法如下:

输入: 社交网络  $G(V, E)$  及其邻接矩阵  $B$ ;

输出: 子网  $G^1(V^1, E^1), G^2(V^2, E^2), \dots, G^q(V^q, E^q)$ 。

step1: 使用 Warshall 算法<sup>[25]</sup>获取  $G(V, E)$  的可达矩阵  $P = (p_{ij})_{n \times n}, P = (p_{ij})_{n \times n}$ ;

step2: 令  $i=1, V^0 = \{v_s | v_j \in V, p_{sj} = 1 \text{ 且 } p_{js} = 0\}, V^0 =$

$\{v_s | v_j \in V, p_{sj} = 1 \text{ 且 } p_{js} = 0\}, V^1 = \frac{V}{V^0}$ ;

step3: 如果  $V^1 = \emptyset$ , 跳到 step5; 否则, 继续 step 4;

step 4: 对任意  $v_\tau \in V^1$ , 构建子网  $G^i(V^i, E^i)$  如下:

$$V_{G^i}^{leader} = \{v_\tau\} \cup \{v_j | p_{j\tau} = 1 \text{ 且 } v_j \in V^1\},$$

$$V_{G^i}^{follower} = \{v_j | v_i \in V_{G^i}^{leader}, p_{ji} = 1, \text{ 且 } v_j \in V^0\} \cup \{v_j | v_i \in V_{G^i}^{follower}, p_{ji} = 1, \text{ 且 } v_j \in V^0\},$$

$$V^i = V_{G^i}^{leader} \cup V_{G^i}^{follower},$$

$$E^i = \{(v_m, v_n) \in E; v_m, v_n \in V^i\},$$

$$\text{令 } V^1 = \frac{V^1}{V_{G^1}^{leader}} V^1 = \frac{V^1}{V_{G^1}^{leader}}, i=i+1, \text{ 返回 step 3};$$

step 5: 结束。

从网络划分算法来看, 每个个体属于一个子网。同时, 还确定了各子网的领袖和支持者。此外, 为了便于标记, 用  $G^1, G^2, \dots, G^q$  来表示子网  $G^1(V^1, E^1), G^2(V^2, E^2), \dots, G^q(V^q, E^q)$ 。

### 3.3 计算最短路径

在观点演化建模之前, 必须先确定每个个体影响其他个体的权重。计算个体权重实际就是计算个体之间的路径。Floyd算法可以确定任意两个个体之间的最短路径。算法步骤如下:

输入: 社交网络  $G(V, E)$  及其邻接矩阵  $B$ ;

输出: 从  $v_i$  到  $v_j$  的最短路径  $sp_{ij}$ 。

step1: 设  $d(i, j)$  是从  $v_i$  到  $v_j$  的最短路径长度。如果存在从  $v_i$  到  $v_j$  的连接, 即  $b_{ij}=1$ , 则设  $d(i, j)=1$ ; 否则  $d(i, j)=+\infty$ 。设  $r(i, j)$  为  $v_i$  和  $v_j$  之间的插入点, 由于  $d(i, j)$  是最短路径, 则  $r(i, j)=\emptyset$ ;

step2: 对于每个单独的  $v_k \in V, v_k \neq v_i$  且  $v_k \neq v_j$ , 如果  $d(i, k)+d(k, j)<d(i, j)$ , 则  $d(i, j)=d(i, k)+d(k, j)$  且  $r(i, j)=r(i, j) \cup \{v_k\}$ ;

step3: 令  $k=k+1$ , 返回 step2;

step4: 对任何一对个体  $v_i$  和  $v_j$  重复 step1-2,  $v_i, v_j \in V$  且  $v_i \neq v_j$ ;

step5: 对任何一对个体  $v_i$  和  $v_j$ , 如果  $d(i, j) \neq \text{inf}$ , 则输出  $sp_{ij}=v_i \rightarrow r(i, j) \rightarrow v_j$ ; 否则, 没有从  $v_i$  到  $v_j$  的路径。

### 3.4 合成观点动态模型

合成观点动态模型的详细步骤如下:

step1: 计算任意两个个体之间的信任水平。 $\gamma_{ij}$  是从  $v_i$  到  $v_j$  的信任级别。基于所有子网中的连接和最短路径, 考虑三种情况:

情况 1:  $b_{ij}=1$ 。在这种情况下,  $v_i$  与  $v_j$  之间存在连接。那么, 从  $v_i$  到  $v_j$  的信任级别与连接  $e_{ij}$  上的信任级

别相同, 即:

$$\gamma_{ij} = s_{ij} \quad (5)$$

情况 2:  $b_{ij}=0$  且  $p_{ij}=1$ 。在这种情况下, 虽然  $v_i$  和  $v_j$  没有直接连接, 但是从  $v_i$  到  $v_j$  有一条路径。

设  $sp_{ij}=v_{i0} \rightarrow v_{i1} \rightarrow v_{i2} \rightarrow \dots \rightarrow v_{it}$  是由 Floyd 算法确定的从  $v_i$  到  $v_j$  的最短路径, 其中  $v_{i0}=v_i, v_{it}=v_j$ 。然后,  $v_i$  给予  $v_j$  的信任级别由下式计算:

$$\gamma_{ij} = \prod_{l=0}^{i=t-1} s_{il} \quad (6)$$

情况 3:  $b_{ij}=0$  且  $p_{ij}=0$ 。在这种情况下,  $v_i$  和  $v_j$  没有连接, 并且没有从  $v_i$  到  $v_j$  的路径。在这种情况下,  $v_i$  到  $v_j$  没有信任, 即:  $\gamma_{ij} = 0$ 。

step2: 计算个体分配给其他个体的权重。 $w_{ij}$  表示  $v_i$  给  $v_j$  的权重。考虑两种情况:

情况 1:  $v_i \in V_{G^i}^{follower}$ 。在这种情况下, 支持者  $v_i$  将信任子网  $G^i$  中的领袖和其他支持者。权重计算如下:

$$w_{ij} = \frac{\gamma_{ij}}{\sum_{v_k \in V_{G^i}^{follower}} \gamma_{ik} + \sum_{v_k \in V_{G^i}^{leader}} \gamma_{ik}} \quad (7)$$

情况 2:  $v_i \in V_{G^i}^{leader}$ 。在这种情况下, 领袖  $v_i$  将信任社交网络  $G$  中的其他领袖。权重计算如下:

$$w_{ij} = \frac{\gamma_{ij}}{\sum_{v_k \in V_{G^i}^{leader}} \gamma_{ik}} (v_j \in V_{G^i}^{leader} \text{ 且 } i \neq j) \quad (8)$$

很明显,  $w_{ij}$  值越大表示  $v_i$  对  $v_j$  的信任度越高。

step3: 领袖和支持者的观点演变。 $\mu$  表示个体对先前观点的信度。由于领袖和支持者有不同的沟通机制, 针对他们的观点演变, 考虑了以下两种情况:

情况 1:  $v_i \in V_{G^i}^{leader}$ 。在这种情况下,  $v_i$  只与社交网络  $G$  中的其他领袖进行通信, 则:

$$o_i(t+1) = \mu o_i(t) + (1-\mu) \sum_{v_j \in V_{G^i}^{leader}} w_{ij} o_j(t) \quad (9)$$

情况 2:  $v_i \in V_{G^i}^{follower}, v_i \in V_{G^i}^{follower}$ 。在这种情况下,  $v_i$  是子网  $G^i$  中的支持者,  $v_i$  不仅与领袖通信, 还与同一子网  $G^i$  中的其他支持者通信, 则:

$$o_i(t+1) = \mu o_i(t) +$$

$$(1-\mu) \left[ \sum_{v_j \in V_{G^i}^{follower}} w_{ij} o_j(t) + \sum_{v_k \in V_{G^i}^{leader}} w_{ik} o_k(t) \right] \quad (10)$$

## 4 达成共识的最小调整策略

### 4.1 最小调整模型的建立

定义 5:  $t^*$  表示个体观点形成的稳定时间,  $o_i(t^*)$  表示  $v_i$  在时刻  $t^*$  的观点。当  $o_i(t^*)=o_j(t^*)$  时, 对于  $i, j=1, 2, \dots$ ,

$n$ 且 $i \neq j$ ,所有个体都达成了共识。

与观点动力学中定义的共识相似,定义5中定义的共识是一个完全共识。由于共识达成策略应尽早实施,最小调整模型(简称CR\_min)通过调整领袖的初始观点和调整领袖之间的权重两种方式来提高共识达成的效率。因此,希望CR\_min模型能够达到两个目标:

(1)尽量减少对领袖初始观点的调整。

$v_i(i=1,2,\dots,n)$ 的初始观点的调整可以通过以下公式计算:

$$|\bar{o}_i(0) - o_i(0)| \quad (11)$$

其中, $\bar{o}_i(0)$ 表示 $v_i(i=1,2,\dots,n)$ 在初始时刻的调整观点, $o_i(0)$ 表示 $v_i(i=1,2,\dots,n)$ 在初始时刻的初始观点。

所有领袖调整的观点都可以通过下式计算:

$$\sum_{v_i \in V^{leader}} |\bar{o}_i(0) - o_i(0)| \quad (12)$$

因为对领袖观点的调整越小,共识达成效率越高,具体表现为:

$$\min \sum_{v_i \in V^{leader}} |\bar{o}_i(0) - o_i(0)| \quad (13)$$

(2)最小化调整领袖之间的权重

$w_{ij}$ 表示领袖 $v_i$ 到 $v_j$ 的调整后的权重,通过下式计算调整值:

$$|\bar{w}_{ij} - w_{ij}| \quad (14)$$

接下来,通过下式计算领袖分配给其他领袖的总权重调整值:

$$\sum_{v_i, v_j \in V^{leader}} |\bar{w}_{ij} - w_{ij}| \quad (15)$$

最小化领袖分配给他人的权重调整可以表示为:

$$\min \sum_{v_i, v_j \in V^{leader}} |\bar{w}_{ij} - w_{ij}| \quad (16)$$

CR\_min的目标函数表示如下:

$$\min \left( \sum_{v_i \in V^{leader}} |\bar{o}_i(0) - o_i(0)| + \sum_{v_i, v_j \in V^{leader}} |\bar{w}_{ij} - w_{ij}| \right) \quad (17)$$

同时,在CR\_min模型中,个体要在某一时刻达成共识,即:

$$\bar{o}_i(t^*) = \bar{o}_j(t^*) \quad (18)$$

此外,个体的观点调整不应超过一个阈值,即:

$$|\bar{o}_i(0) - o_i(0)| \leq \gamma, v_i \in V^{leader} \quad (19)$$

其中, $\gamma$ 表示个体可接受的最大调整值。

在现实世界中,个体之间的权重较小会导致达成共识的效率较低,因此个体之间的权重应大于阈值,即:

$$\bar{w}_{ij} \geq \beta \quad (20)$$

其中, $\beta$ 表示领袖可接受的最小权重。

基于以上分析,CR\_min模型构建如下:

$$\begin{cases} \min \left( \sum_{v_i \in V^{leader}} |\bar{o}_i(0) - o_i(0)| + \sum_{v_i, v_j \in V^{leader}} |\bar{w}_{ij} - w_{ij}| \right) \\ \left\{ \begin{array}{l} |\bar{o}_i(0) - o_i(0)| \leq \gamma, v_i \in V^{leader} \\ \bar{o}_i(t^*) = \bar{o}_j(t^*), v_i, v_j \in V \\ \bar{o}_i(t+1) = \mu \bar{o}_i(t) + (1-\mu) \sum_{v_j \in V^{leader}} \bar{w}_{ij} \bar{o}_j(t), v_i \in V^{leader} \\ \bar{o}_i(t+1) = \mu \bar{o}_i(t) + (1-\mu) \left[ \sum_{v_j \in V^{follower}} \bar{w}_{ij} \bar{o}_j(t) + \sum_{v_k \in V^{leader}} \bar{w}_{ik} \bar{o}_k(t) \right], v_i \in G^I(V^I, E^I) \\ \beta \leq \bar{w}_{ij} \leq 1, v_i, v_j \in V \\ 0 \leq \bar{o}_i(t) \leq 1, v_i \in V \\ \bar{o}_i(0) = o_i(0), v_i \in V^{follower} \\ \bar{w}_{ij} = w_{ij}, v_i, v_j \in V^{follower} \end{array} \right. \end{cases} \quad (21)$$

其中, $\bar{o}_i(0)(v_i \in V^{leader})$ 和 $\bar{w}_{ij}(v_i, v_j \in V^{leader})$ 是决策变量。

为了方便标记,本文将公式(21)标记为模型P<sub>1</sub>。

## 4.2 最小调整模型的求解

由于个体达成共识时的观点主要依赖于领袖的

观点,那么公式(21)可以简化为:

$$\min \left( \sum_{v_i \in V^{leader}} |\bar{o}_i(0) - o_i(0)| + \sum_{v_i, v_j \in V^{leader}} |\bar{w}_{ij} - w_{ij}| \right)$$

$$\begin{cases} |\bar{o}_i(0) - o_i(0)| \leq \gamma, v_i \in V^{leader} \\ \bar{o}_i(t^*) = \bar{o}_j(t^*), v_i, v_j \in V^{leader} \\ \bar{o}_i(t+1) = \mu \bar{o}_i(t) + (1-\mu) \sum_{v_j \in V^{leader}} \bar{w}_{ij} \bar{o}_j(t), v_i, v_j \in V^{leader} \\ \beta \leq \bar{w}_{ij} \leq 1, v_i, v_j \in V^{leader} \\ 0 \leq \bar{o}_i(t) \leq 1, v_i \in V^{leader} \end{cases} \quad (22)$$

其中,  $\bar{o}_i(0) (v_i \in V^{leader})$  和  $\bar{w}_{ij} (v_i, v_j \in V^{leader})$  是公式(22)中的决策变量。

将公式(22)标记为模型  $P_2$ 。模型  $P_2$  是一种复杂的非线性规划模型,需要进行一些数学推导来求解。

引理 1: 当所有个体达成共识时,存在唯一的权重向量  $p=(p_1, \dots, p_n)$ , 其中  $p_i \geq 0$  且  $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ , 使其满足达成共识的条件:

$$c^* = \sum_{v_i \in V^{leader}} p_i \bar{o}_i^0 \quad (23)$$

$$p_i = \frac{\sum_{v_j \in V^{leader}} \bar{w}_{ij}}{\sum_{v_i \in V^{leader}} \sum_{v_j \in V^{leader}} \bar{w}_{ij}} \quad (24)$$

证明: 设  $\bar{o}(t) = (\bar{o}_1(t), \bar{o}_2(t), \dots, \bar{o}_{\#V^l}(t))$  为时刻  $t$  的观点向量, 其中  $\#V^l$  表示集合  $V^{leader}$  中的领袖数量。设  $\bar{W}^{leader} = (\bar{w}_{ij})_{\#V^l \times \#V^l}$  是不同领袖之间的权重矩阵。则得到:  $\bar{O}(t+1) = (\bar{W}^{leader})^T \bar{O}(t)$ , 即:  $\bar{O}(t+1) = [(\bar{W}^{leader})^T] \bar{O}(0)$ 。

设  $A = (a_{ij})_{\#V^l \times \#V^l} = [(\bar{W}^{leader})^T]^*$ , 既然领袖会达成共识, 则:

$$[(\bar{W}^{leader})^T]^*{}^{t+1} = A \quad (25)$$

且

$$\begin{cases} a_{11} \bar{o}_1(0) + a_{12} \bar{o}_2(0) + \dots + a_{1, \#V^l} \bar{o}_{\#V^l}(0) = c^* \\ a_{21} \bar{o}_1(0) + a_{22} \bar{o}_2(0) + \dots + a_{2, \#V^l} \bar{o}_{\#V^l}(0) = c^* \\ \vdots \\ a_{\#V^l, 1} \bar{o}_1(0) + a_{\#V^l, 2} \bar{o}_2(0) + \dots + a_{\#V^l, \#V^l} \bar{o}_{\#V^l}(0) = c^* \end{cases} \quad (26)$$

进而得到:

$$\frac{a_{11} + a_{21} + \dots + a_{\#V^l, 1}}{\#V^l} \bar{o}_1(0) + \frac{a_{12} + a_{22} + \dots + a_{\#V^l, 2}}{\#V^l} \bar{o}_2(0) + \dots + \frac{a_{1, \#V^l} + a_{2, \#V^l} + \dots + a_{\#V^l, \#V^l}}{\#V^l} \bar{o}_{\#V^l}(0) = c^*$$

设  $p_i = \frac{a_{1i} + a_{2i} + \dots + a_{\#V^l, i}}{\#V^l}$ , 则得到:  $c^* =$

$$\sum_{v_i \in V^{leader}} p_i \bar{o}_i^0。$$

基于 Ding 等 (2019)<sup>[14]</sup> 的研究, 得出  $p_i$  的值与

$\sum_{v_j \in V^{leader}} \bar{w}_{ij}$  值正相关。当  $p_1 + p_2 + \dots + p_{\#V^l} = 1$  时,

因此得到公式(24)。

定理 1: 使  $h_i(0) = |\bar{o}_i(0) - o_i(0)|$ ,  $g_{ij} = |\bar{w}_{ij} - w_{ij}|$ , 则

公式(21)可以写成:

$$\min \left( \sum_{v_i \in V^{leader}} h_i(0) + \sum_{v_i, v_j \in V^{leader}} g_{ij} \right)$$

$$\begin{cases} \bar{o}_i(0) - o_i(0) \leq h_i(0), v_i \in V^{leader} \\ o_i(0) - \bar{o}_i(0) \leq h_i(0), v_i \in V^{leader} \\ h_i(0) \leq \gamma \\ \bar{w}_{ij} - w_{ij} \leq g_{ij}, v_i, v_j \in V^{leader} \\ w_{ij} - \bar{w}_{ij} \leq g_{ij}, v_i, v_j \in V^{leader} \\ o_i(t^*) = \sum_{v_i \in V^{leader}} p_i \bar{o}_i, v_i \in V^{leader} \\ p_i = \frac{\sum_{v_j \in V^{leader}} \bar{w}_{ij}}{\sum_{v_i \in V^{leader}} \sum_{v_j \in V^{leader}} \bar{w}_{ij}} \\ 0 \leq \bar{o}_i(t) \leq 1, v_i \in V^{leader} \\ \beta \leq \bar{w}_{ij} \leq 1, v_i, v_j \in V^{leader} \end{cases} \quad (27)$$

由于定理 1 是由引理 1 得到的, 所以不需讨论定理 1 的证明。

### 4.3 最小调整模型的性质

CR\_min 模型的理想特性如下所示:

性质 1: 对于同一子网中的两个个体  $v_i$  和  $v_j$ , 如果  $w_{ij} > 0$  且  $w_{ji} = 0$ , 则  $\lim_{t \rightarrow t^*} o_i(t) = o_j(t)$ 。

证明: 假设  $\lim_{t \rightarrow t^*} o_i(t) \neq o_j(t)$ , 存在  $\delta > 0$  使

$$|o_i(t^*) - o_j(t^*)| \geq \delta。$$

因为  $v_i$  和  $v_j$  在同一个子网中, 所以  $v_i$  和  $v_j$  信任同一个领袖。在一般性前提下, 假设个体  $v_k$  是领袖, 则:  $|o_k(t^*) - o_i(t^*)| = |o_k(t^*) - o_j(t^*)| = 0$ ; 否则,  $v_i$  和  $v_j$  将继续

续观点演化,即  $o_i(t) \neq o_i(t^*), o_j(t) \neq o_j(t^*)$ ,这与稳定时间  $t^*$  相矛盾。进而得到:  $|o_i(t^*) - o_j(t^*)| = 0$ 。因此,  $\lim_{t \rightarrow t^*} o_i(t) = o_j(t) \lim_{t \rightarrow t^*} o_i(t) = o_j(t)$ 。

性质1表示:在同一子网中,支持者的观点与领袖的观点相同。

性质2:如果存在一个领袖  $v_i \in V^{leader}$ ,对于  $v_j \in V^{leader}$  且  $v_i \neq v_j$ ,满足  $w_{ji} > 0$  且  $w_{ij} = 0, w_{ji} > 0$  且  $w_{ij} = 0$ ,那么所有个体在时刻  $t^*$  都持有统一的观点。即对于  $v_k \in V^{leader}$  且  $v_i \neq v_k$ ,有:  $o_i(t^*) = o_k(t^*)$ 。

证明:对于任意两个领袖  $v_j$  和  $v_h$  在  $t^*$  持有相同的观点,都可以得到:存在一个领袖  $v_i \in V^{leader}$ ,满足  $w_{gi} > 0$  且  $w_{hi} > 0$ ,如果领袖  $v_i$  不信任其他领袖和支持者,则  $v_i$  的观点在演化过程中不会改变。因此:  $o_i(t^*) = o_j(t^*) = o_h(t^*)$ 。

因为在性质1中,证明了每个支持者的观点将与他/她信任的领袖相同。则得到:所有个体在  $t^*$  持有统一的观点,即对于  $v_k \in V^{leader}$  且  $v_i \neq v_k, v_k \in V^{leader}$  且  $v_i \neq v_k$ ,有:  $o_i(t^*) = o_k(t^*)$ 。

性质2表示:当每个领袖都信任其他领袖时,就会达成共识。

性质3:令  $t_1^*$  表示所有领袖观点的稳定时间,  $t_2^*$  表示所有支持者观点的稳定时间,那么  $t_1^* < t_2^*$ 。

证明:假设  $t_1^* \geq t_2^*$ ,则得到:至少存在一个领袖  $v_i \in V^{leader}$ ,满足  $o_i(t_1^* - 1) \neq o_i(t_1^*)$ 。在不失一般性的前提下,假设  $v_i$  在子网  $G'$  中。对于子网  $G'$  中的任何跟随者  $v_j$ ,由于  $v_j$  总是信任领袖  $v_i$ ,因此  $v_j$  在  $v_i$  更新其观点后将继续进行观点演变。这与条件  $t_1^* \geq t_2^*$  相矛盾。因此,  $t_1^* < t_2^*$ 。

性质3表示:领袖的观点稳定后,支持者的观点也会稳定。

性质4:  $t_3^*$  表示领袖观点在任何子网  $G' \in G$  的稳定时间,  $t_4^*$  表示支持者观点在任何  $G'$  的稳定时间。那么,  $t_3^* < t_4^*$ 。

证明:假设  $t_3^* > t_4^*$ ,则得到:至少存在一个领袖  $v_i \in V^{leader}$  满足  $o_i(t_3^* - 1) \neq o_i(t_3^*)$ ,对于每一个支持者  $v_j \in V^{follower}$ ,则:  $o_j(t_3^* - 1) = o_j(t_3^*)$ 。

因为支持者  $v_j \in V^{follower}$  总是信任领袖  $v_i \in V^{leader}$ ,因此得到:  $v_j$  将继续在时刻  $t_3^* - 1$  进行观点演变,即  $o_j(t_3^* - 1) \neq o_j(t_3^*)$ 。这与条件  $o_j(t_3^* - 1) = o_j(t_3^*)$  相矛盾。

假设  $t_3^* = t_4^*$ ,则得到:至少存在一个领袖

$v_i \in V^{leader}$  满足  $o_i(t_3^* - 1) \neq o_i(t_3^*)$ ,对于每一个支持者  $v_j \in V^{follower}$ ,则:  $o_j(t_3^*) = o_j(t_3^* + 1)$ 。

因为支持者  $v_j \in V^{follower}$  总是信任领袖  $v_i \in V^{leader}$ ,因此得到:  $v_j$  将继续在时刻  $t_3^*$  进行观点演变,即  $o_j(t_3^*) \neq o_j(t_3^* + 1)$ 。这与条件  $o_j(t_3^*) = o_j(t_3^* + 1)$  相矛盾。因此,  $t_3^* < t_4^*$ 。

性质4表示:在同一子网中,领袖的观点稳定后,支持者的观点也将稳定。

因此,通过 CR\_min 模型的性质1~4可以发现:领袖对观点演化起着关键性的作用。

## 5 数值模拟及仿真分析

### 5.1 方案设计

为了验证模型的有效性,需要和现有的研究方法进行对比,还需验证调整领袖的观点和权重对观点演化的影响大小,因此设计了三种调整方案:

方案1:调整领袖的权重和观点;

方案2:只调整领袖的权重;

方案3:只调整领袖的观点。

方案1使用了 CR\_min 模型 P<sub>2</sub> 达成共识。方案2和方案3是现有的研究成果中普遍使用的方法,即只单纯的调整领袖的权重或观点。

在方案2中最小调整的共识达成模型如下:

$$\begin{cases} \min \sum_{v_i, v_j \in V^{leader}} |\bar{w}_{ij} - w_{ij}| \\ o_i(t^*) = o_j(t^*), v_i, v_j \in V^{leader} \\ o_i(t+1) = \sum_{v_j \in V^{leader}} \bar{w}_{ij} o_j(t), v_i, v_j \in V^{leader} \\ \beta \leq \bar{w}_{ij} \leq 1, v_i, v_j \in V^{leader} \end{cases} \quad (28)$$

将公式(28)标记为模型 P<sub>3</sub>。同样,方案3中最小调整的共识达成模型如下所示:

$$\begin{cases} \min \sum_{v_i \in V^{leader}} |\bar{o}_i(0) - o_i(0)| \\ |\bar{o}_i(0) - o_i(0)| \leq \gamma, v_i \in V^{leader} \\ \bar{o}_i(t^*) = \bar{o}_j(t^*), v_i, v_j \in V^{leader} \\ \bar{o}_i(t+1) = \sum_{v_j \in V^{leader}} \bar{w}_{ij} \bar{o}_j(t), v_i, v_j \in V^{leader} \\ 0 \leq \bar{o}_i(t) \leq 1, v_i, v_j \in V^{leader} \end{cases} \quad (29)$$

将公式(29)标记为模型 P<sub>4</sub>。接下来,分别假设个体在 ER 随机网络、小世界网络和无标度网络中。

### 5.2 数值模拟

提出了一种数值模拟方法来研究在三种达成共

识的方案和三种类型的社交网络下  $t^*$  和调整值。设  $p$  表示连接概率。模拟方法如下:

输入:  $N$ ;

输出:  $t^*$  和调整值  $AM$ 。

step1: 随机生成具有  $N$  个个体和连接概率  $p$  的 ER 随机网络(小世界网络或无标度网络)。对于生成的网络中的每条边,随机生成边权重。然后,在区间  $[0, 1]$  内随机生成  $N$  个人的观点;

step2: 使用网络划分算法获得多个子网,并确定领袖和支持者。然后,使用 Floyd 算法计算任意两个个体之间的最短路径;

step3: 使用公式(5)~(6)确定任意两个人之间的信

任级别。使用公式(7)~(8)计算个体分配给其他个体的权重。此外,使用公式(9)~(10)计算演变观点;

step4: 使用模型  $P_2 \sim P_4$  计算  $AM$ 。然后,根据调整后的观点和权重确定  $t^*$ 。

备注:在生成小世界网络时,假设平均节点度等于6。另外,在生成无标度网络时,假设初始网络中的节点数等于10。

### 5.3 仿真分析

令  $N=1000, p=0.5, \mu=0.2$ 。设置不同的  $\gamma$  和  $\beta$ , 并将模拟方法运行 500 次,得到三种达成共识的方案和三种类型的社交网络下的  $t^*$  和  $AM$  的平均值。

表1 不同的小组  $\gamma$  和  $\beta$  在 ER 随机网络中的  $t^*$  和  $AM$  平

	$\gamma=0.1, \beta=0.1$		$\gamma=0.1, \beta=0.2$		$\gamma=0.2, \beta=0.4$		$\gamma=0.4, \beta=0.2$		$\gamma=0.4, \beta=0.4$		$\gamma=0.6, \beta=0.4$	
	$t^*$	AM										
方案1	29.86	0.582	23.56	0.723	16.18	1.019	23.56	0.723	16.18	1.019	16.22	1.020
方案2	29.86	0.582	23.56	0.723	21.33	1.268	23.56	0.723	21.33	1.268	21.56	1.273
方案3	—	—	25.13	1.683	25.62	1.683	25.13	1.683	25.62	1.683	25.79	1.697

表2 不同的小组  $\gamma$  和  $\beta$  在小世界网络中的  $t^*$  和  $AM$  平均值

	$\gamma=0.1, \beta=0.1$		$\gamma=0.1, \beta=0.2$		$\gamma=0.2, \beta=0.4$		$\gamma=0.4, \beta=0.2$		$\gamma=0.4, \beta=0.4$		$\gamma=0.6, \beta=0.4$	
	$t^*$	AM										
方案1	35.27	0.536	24.78	0.976	18.67	1.109	24.78	0.976	18.67	1.109	18.72	1.121
方案2	35.27	0.536	24.78	0.976	22.89	1.466	24.78	0.976	22.89	1.466	23.06	1.481
方案3	—	—	26.58	1.978	26.58	1.978	26.58	1.978	26.58	1.978	26.79	1.994

表3 不同的小组  $\gamma$  和  $\beta$  在无标度网络中的  $t^*$  和  $AM$  平均值

	$\gamma=0.1, \beta=0.1$		$\gamma=0.1, \beta=0.2$		$\gamma=0.2, \beta=0.4$		$\gamma=0.4, \beta=0.2$		$\gamma=0.4, \beta=0.4$		$\gamma=0.6, \beta=0.4$	
	$t^*$	AM	$t^*$	AM	$t^*$	$t^*$	$t^*$	AM	$t^*$	AM	$t^*$	AM
方案1	37.02	0.685	28.22	1.364	21.28	1.397	28.22	1.364	21.28	1.397	21.31	1.399
方案2	37.02	0.685	28.22	1.364	25.69	1.568	28.22	1.364	25.69	1.568	25.86	1.582
方案3	—	—	28.47	2.351	28.47	2.351	28.47	2.351	28.47	2.351	28.68	2.372

观察表1-3中的计算结果,发现:

(1) 方案1中的  $CR\_min$  模型  $P_2$  将产生较小的  $t^*$  和  $AM$  值。这意味着调整领袖的观点和权重将加速共识的达成。同时,  $CR\_min$  模型对领袖的调整较少。因此,  $CR\_min$  模型能够提高达成共识的效率;

(2)  $\beta$  取较小的值时,方案1和方案2具有相同的最优解。这表明在个体信任度较低的情况下,只有不同领袖之间的权重才会调整。 $\beta$  取较大的值时,方案1将产生比其它两个方案具有更好的最优解。这说明在个体信任度要求较高的情况下,不同领导之间的权重和观点都会有所调整。总之,  $P_2$  (方案1) 得到的最

优解优于其它两种方案;

(3)  $\gamma$  取较小的值时,方案3没有可行解。这意味着仅仅调整领袖的观点并不能保证达成共识;

(4)  $\gamma$  取值较小情况下,固定参数  $\beta$  不变时,仅调整变量  $\gamma$  值,对稳定时间和调整值均无影响;  $\gamma$  取值较大情况下,固定参数  $\beta$  不变时,仅调整变量  $\gamma$  值,对稳定时间和调整值有微弱的影响。这意味着观点领袖的权重调整影响远大于其他个体观点可接受的调整值影响。

由此通过仿真分析可以得出结论:对比现有研究方法,同时调整领袖的权重和观点将有助于提高达成共识的效率。

### 6 实例分析

受新冠疫情影响,许多中小企业遭受巨大损失。M公司位于中国山东西部,是一家传统食品加工生产公司,在疫情中幸存下来。现在公司想听取员工对现有产品是否改变产品方向的观点。在M公司,有40名员工对公司战略发表观点。调查了这40名员工,每个员工的观点值用数值区间[0,1]表达(0:不同意;1:同意),见表4,大部分人持有观望态度(观点值在区间[0.3,0.7]),少数人希望改变(观点值在区间(0.7,1]),也有少数人极为反对(观点值在区间[0,0.3))。

根据进一步的调研和走访,发现同一部门中的部门领导或者社交经验丰富、影响力大的老员工有较大的话语权,年轻的员工跟随部门领导或老员工(师傅)的观点产生调整,一般从消息传达到观点一致都取决于这些部门领导或老员工,因此他们确定为本部门的观点领袖。各部门之间有一定的消息交流,有的部门之间消息分享并不通畅,因此形成了多个子网络。根据以上情况,最终确定了40名员工的社交网络。如图1所示,网络中的节点代表一名员工,边的权重代表初步观点,箭头的指向方代表观点起到调整作用的一方,带\*号的表示子网络中的观点领袖。

表4 员工初步观点

$o_1(0)$	$o_2(0)$	$o_3(0)$	$o_4(0)$	$o_5(0)$
0.79	0.36	0.91	0.52	0.46
$o_6(0)$	$o_7(0)$	$o_8(0)$	$o_9(0)$	$o_{10}(0)$
0.67	0.71	0.68	0.72	0.75
$o_{11}(0)$	$o_{12}(0)$	$o_{13}(0)$	$o_{14}(0)$	$o_{15}(0)$
0.76	0.21	0.22	0	0.16
$o_{16}(0)$	$o_{17}(0)$	$o_{18}(0)$	$o_{19}(0)$	$o_{20}(0)$
0.22	0.71	0.79	0.86	0.79
$o_{21}(0)$	$o_{22}(0)$	$o_{23}(0)$	$o_{24}(0)$	$o_{25}(0)$
0.91	0.87	0.92	0.85	0.79
$o_{26}(0)$	$o_{27}(0)$	$o_{28}(0)$	$o_{29}(0)$	$o_{30}(0)$
0.49	0.56	0.47	0.45	0.53
$o_{31}(0)$	$o_{32}(0)$	$o_{33}(0)$	$o_{34}(0)$	$o_{35}(0)$
0.47	0.36	0.52	0.45	0.41
$o_{36}(0)$	$o_{37}(0)$	$o_{38}(0)$	$o_{39}(0)$	$o_{40}(0)$
0.46	0.71	0.68	0.64	0.62

接下来,利用达成共识策略CR\_min模型来帮助M公司的社交网络达成观点共识。

首先,根据走访调研结果将社交网络划分为6个子网络,这6个子网络基本代表6个不同的部门。

然后,获取任意两个个体之间的最短路径。将 $W^i$ 作为子网 $G^i$ 中个体间的权重矩阵。计算同一子网中任意两个个体之间的信任度:

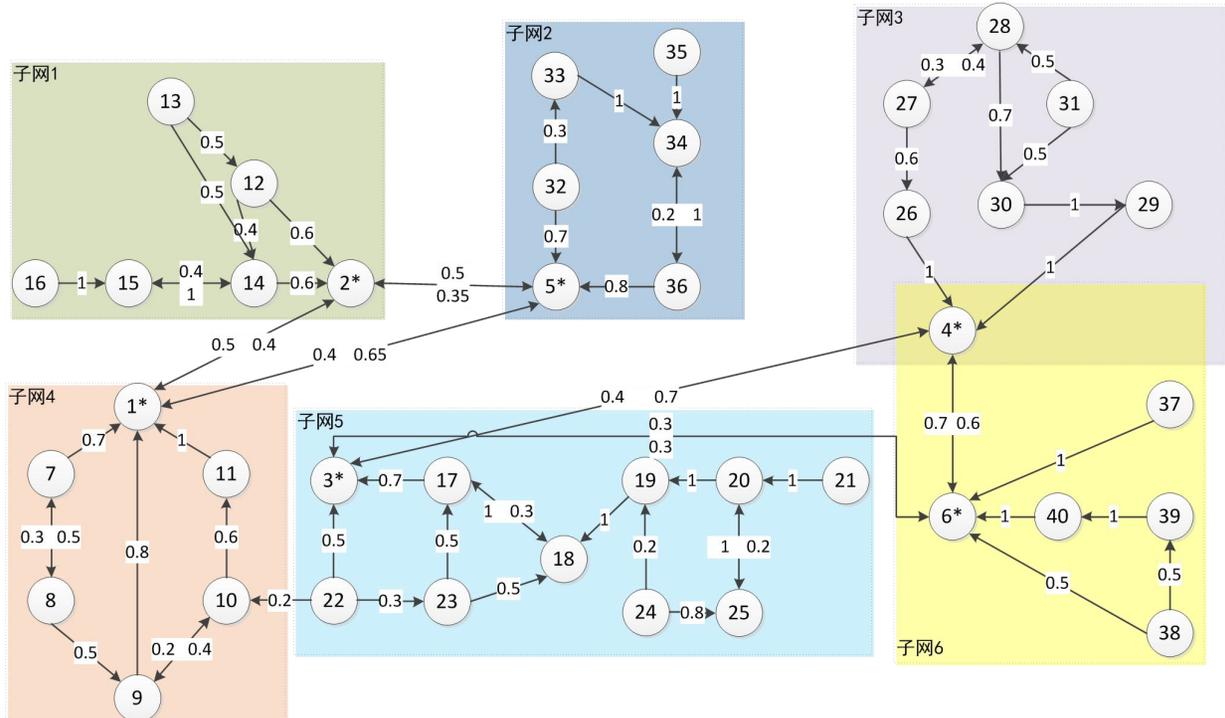


图1 员工社交网络

$$W^1 = \begin{matrix} v_1 \\ v_7 \\ v_8 \\ v_9 \\ v_{10} \\ v_{11} \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.59 & 0.00 & 0.26 & 0.14 & 0.03 & 0.02 \\ 0.21 & 0.33 & 0.00 & 0.33 & 0.07 & 0.04 \\ 0.72 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.18 & 0.11 \\ 0.24 & 0.00 & 0.00 & 0.30 & 0.00 & 0.46 \\ 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}$$

$$W^2 = \begin{matrix} v_1 \\ v_{12} \\ v_{13} \\ v_{14} \\ v_{15} \\ v_{16} \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.52 & 0.00 & 0.00 & 0.34 & 0.14 & 0.00 \\ 0.20 & 0.33 & 0.00 & 0.34 & 0.13 & 0.00 \\ 0.60 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.40 & 0.00 \\ 0.38 & 0.00 & 0.00 & 0.62 & 0.00 & 0.00 \\ 0.23 & 0.00 & 0.00 & 0.39 & 0.38 & 0.00 \end{bmatrix}$$

$$W^3 =$$

$$\begin{matrix} v_3 \\ v_{17} \\ v_{18} \\ v_{19} \\ v_{20} \\ v_{21} \\ v_{22} \\ v_{23} \\ v_{24} \\ v_{25} \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.70 & 0.00 & 0.30 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.41 & 0.59 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.26 & 0.37 & 0.37 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.18 & 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.13 & 0.19 & 0.19 & 0.19 & 0.24 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.05 \\ 0.45 & 0.14 & 0.14 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.27 & 0.00 & 0.00 \\ 0.26 & 0.37 & 0.37 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.06 & 0.09 & 0.09 & 0.09 & 0.09 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.34 \\ 0.14 & 0.20 & 0.20 & 0.25 & 0.25 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}$$

$$W^4 = \begin{matrix} v_4 \\ v_{26} \\ v_{27} \\ v_{28} \\ v_{29} \\ v_{30} \\ v_{31} \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.28 & 0.28 & 0.00 & 0.19 & 0.13 & 0.13 & 0.00 \\ 0.09 & 0.09 & 0.15 & 0.00 & 0.34 & 0.34 & 0.00 \\ 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.05 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.50 & 0.00 & 0.00 \\ 0.05 & 0.05 & 0.08 & 0.27 & 0.27 & 0.27 & 0.00 \end{bmatrix}$$

$$W^5 = \begin{matrix} v_5 \\ v_{32} \\ v_{33} \\ v_{34} \\ v_{35} \\ v_{36} \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.44 & 0.00 & 0.18 & 0.19 & 0.00 & 0.19 \\ 0.28 & 0.00 & 0.00 & 0.36 & 0.00 & 0.36 \\ 0.44 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.56 \\ 0.28 & 0.00 & 0.00 & 0.36 & 0.00 & 0.36 \\ 0.80 & 0.00 & 0.00 & 0.20 & 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}$$

$$W^6 = \begin{matrix} v_6 \\ v_{37} \\ v_{38} \\ v_{39} \\ v_{40} \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.33 & 0.00 & 0.00 & 0.34 & 0.33 \\ 0.50 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.50 \\ 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}$$

设  $W^{leader}$  为所有领袖的权重矩阵,计算如下:

$$W^{leader} = \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.00 & 0.60 & 0.00 & 0.00 & 0.40 & 0.00 \\ 0.50 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.50 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.70 & 0.00 & 0.30 \\ 0.00 & 0.00 & 0.40 & 0.00 & 0.00 & 0.60 \\ 0.65 & 0.35 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.30 & 0.70 & 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}$$

权值矩阵  $W^{leader}$  的值都小于1,可见,没有一个观

点领袖是所有其他观点领袖完全信任的。这是由于不同子网的观点领袖表达了不同的观点,部门之间有一定的消息对抗和观点不一致性,比如销售部门希望通过新产品的上市提升销售业绩,但生产部门则不愿改变现有的生产环境、生产条件等而拒绝公司新战略的实施,因此各子网之间无法达成个体之间的共识。

令  $\mu = 0.5, \gamma = 0.2, \beta = 0.3$ 。通过求解该模型,得到了所有观点领袖的调整意见  $\bar{o}_i(0) (i=1,2,3,4,5,6)$  以及调整权重矩阵  $\bar{W}^{leader}$ :

$$\bar{o}_1(0)=0.92, \bar{o}_2(0)=0.65, \bar{o}_3(0)=0.89, \bar{o}_4(0)=0.58, \bar{o}_5(0)=0.56, \bar{o}_6(0)=0.69。$$

$$\bar{W}^{leader} = \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.00 & 0.60 & 0.00 & 0.00 & 0.40 & 0.00 \\ 0.50 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.50 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.70 & 0.00 & 0.30 \\ 0.00 & 0.00 & 0.40 & 0.00 & 0.00 & 0.60 \\ 0.60 & 0.40 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.30 & 0.70 & 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}$$

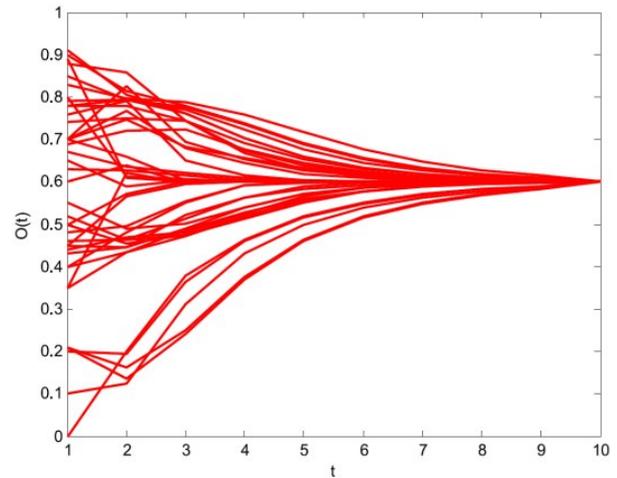


图2 观点演化过程

图2描述了40名员工的动力学观点演化过程,当  $t=6d$  时,40名员工的观点分歧开始逐渐趋同,当  $t=10d$  时,40名员工的观点达成共识。实例也进一步验证了同时调整观点领袖的权重和观点将快速达成共识。

## 7 结论

为研究社交网络观点共识达成的内在机制,本文在观点动力学模型基础上建立了一种基于观点领袖与支持者综合因素的合成观点动态演化模型,并结合最小调整策略(最小化调整观点领袖的初始观点和领袖之间的权重,即尽量在初始时刻就使得社交子网络中的观点领袖达成一种战略共识),调整领袖的权重

和观点加速达成观点共识,对社交网络中舆情事件的观点演化过程进行了模拟,并以M公司舆情事件的实际数据为例进行研究。根据本研究可得以下结论:

(1)在整个社交网络中,总有一部分社交关系密切的人聚集成一个个小的群体,每个小群体即一个子网,在同一子网中,支持者的观点与领袖的观点趋同;

(2)在观点演化过程中,领袖的观点是左右舆情演变的决定因素。当每个领袖都信任其他领袖时,就会达成共识。这说明领袖在社交网络舆情中的中心性地位,他们不仅是舆情观点的发起者,更是引导者与共同观点达成的促成者;

(3)若某一观点能够在社交网络充分传播并发展为主流观点,单独考虑领袖的影响并不能完全实现,需要支持者与领袖的共同参与。在社会网络中占绝大多数的是支持者,他们对个体的影响同样不可忽略,在同一子网中,支持者的观点将随着领袖的观点稳定而趋于稳定且一致,即个体的观点会和社交圈的观点趋于一致;

(4)领袖能够促进观点在网络中的传播,加速观点演化进程,数值模拟及仿真分析验证了对比现有研究方法,本研究方法(同时调整领袖的权重和初始观点)能够使得观点的收敛时间和观点值到达稳态的时间缩短,加速观点达成共识;

(5)实例分析部分,模型动态演变过程与真实数据变化趋势基本吻合,表明本研究改进的模型能够模拟社交网络舆情观点达成的演化过程,具有一定的应用价值。

上述研究和结论,为数值模拟社交网络舆情观点的动态演化过程提供了理论依据,也为政府、学校、企业等相关部门的舆情引导和管控提供了重要的参考价值。当今信息化社会环境下舆情发展速度快、传播范围广,舆情管理部门应当及时介入突发事件和重点事件,对非理性声音加以约束、管控;应当发挥观点领袖在舆论方面的带动效应,通过观点领袖传播正确信息,引导社交网络舆情向正确的方向发展。

#### 参考文献(References):

- [1] 刘举胜,何建佳,韩景侗,等.观点动力学研究现状及进展述评[J].复杂系统与复杂性科学,2021,18(02):9-20.
- [2] 王龙,田野,杜金铭.社会网络上的观念动力学[J].中国科学:信息科学,2018,48(01):3-23.
- [3] 姚劲松,吴定勇.从离散呈现到促进协商:环境治理共识达成中的传媒策略[J].西南民族大学学报(人文社科版),2017,38(01):169-173.
- [4] 冯兰萍,严雪,程铁军.基于政府干预和主流情绪的突发事件网络舆情群体负面情绪演化研究[J].情报杂志,2021,40(06):143-155.
- [5] 王治堂,李勇建.政府干预下突发事件舆情传播规律与控制决策[J].管理科学学报,2017,20(2):43-52.
- [6] 王龙,伏锋,陈小杰,等.复杂网络上的群体决策[J].智能系统学报,2008(02):95-108.
- [7] 苏炯铭,刘宝宏,李琦,等.社会群体中观点的信任、演化与共识[J].物理学报,2014,63(05):44-51.
- [8] Proskurnikov A V, Matveev A S, Cao M. Opinion Dynamics in Social Networks With Hostile Camps: Consensus vs. Polarization [J]. IEEE transactions on automatic control, 2016, 61(6): 1524-1536.
- [9] Dong Y C, Ding Z G, Martinez L, et al. Managing consensus based on leadership in opinion dynamics [J]. Information sciences, 2017, 397: 187-205.
- [10] Su W, Chen G, Hong, Y G. Noise leads to quasi-consensus of Hegselmann-Krause opinion dynamics [J]. Automatica, 2017, 85: 448-454.
- [11] Wang, M W, Liang, D C, Xu Z S. Consensus achievement strategy of opinion dynamics based on deep reinforcement learning with time constraint [J]. Journal of the operational research society, 2022, 73(12): 2741-2755.
- [12] Zou Y, Meng Z Y. Targeted Bipartite Consensus of Opinion Dynamics in Social Networks With Credibility Intervals [J]. IEEE transactions on cybernetics, 2022, 52(1): 372-383.
- [13] Lang N N, Wang L, Zha Q B. Opinion dynamics in social networks under competition: the role of influencing factors in consensus-reaching [J]. royal society open science, 2022, 9(5): 211-232.
- [14] Yao L L, Xie D M, Zhang J L. Cluster consensus of opinion dynamics with stubborn individuals [J]. Systems & control letters, 2022, 165: 105-127.
- [15] Liu P D, Li Y Y, Wang P. Opinion Dynamics and Minimum Adjustment-Driven Consensus Model for Multi-Criteria Large-Scale Group Decision Making Under a Novel Social Trust Propagation Mechanism [J]. IEEE transactions on fuzzy systems, 2023, 31(1): 307-321.
- [16] Zhou Y J, Zhou M, Liu X B, et al. Consensus reaching mechanism with parallel dynamic feedback strategy for large-scale group decision making under social network analysis [J]. Computers & industrial engineering, 2022, 174: 108-118.
- [17] Gong Z W, Ma X J, Guo W W, et al. A Minimum-Cost Consensus Model in Social Networks Derived From Uncertain Preferences [J]. IEEE transactions on systems man cybernetics-systems, 2022, 12: 1-13.
- [18] Song H H, Gong Z W, Forrest J Y L, et al. Social net-

- work utility consensus model with empathic and fuzzy interactions[J]. *Computers & industrial engineering*, 2023, 175: 108-124.
- [19] Meng F Y, Chen B C, Tan C Q. Adaptive minimum adjustment consensus model for large-scale group decision making under social networks and its application in Integrated Care of Older People [J]. *Applied soft computing*, 2023, 132: 109-123.
- [20] Yan B, Wang Y J, Xia W, et al. Novel consensus-reaching model in the social network environment for large-group emergency decision-making: an approach to managing non-cooperative behaviors [J]. *artificial intelligence review*, 2023, 188(1): 1173-1183.
- [21] Shang C, Zhang R T, Zhu X M, et al. An adaptive consensus method based on feedback mechanism and social interaction in social network group decision making [J]. *information sciences*, 2023, 625: 430-456.
- [22] Xing Y M, Wu J, Chiclana F, et al. A bargaining game based feedback mechanism to support consensus in dynamic social network group decision making[J]. *information fusion*, 2023, 93: 363-382.
- [23] Hua, Z, Jing X C, Martinez L. Consensus reaching for social network group decision making with ELICIT information: A perspective from the complex network [J]. *Information Sciences*, 2023, 627: 71-96.
- [24] Diestel R. *Graph Theory*[M]. New York: Springer-Verlag, 1997.
- [25] 王治和, 黄梦莹, 杜辉, 等. 基于密度峰值与密度聚类的集成算法[J]. *计算机应用*, 2019, 39(02): 398-402.
- [26] 董艳萍, 任晓涛, 赵文斌. French-DeGroot 社交网络模型的结构辨识与参数估计[J]. *控制理论与应用*, 2019, 36(11): 1905-1911.

编辑:龙学锋