

引用格式:钱德宇,侯小刚,王琰,赵海英.基于智能布光的可移动文物原真采集系统[J].中国传媒大学学报(自然科学版),2023,30(02):44-50.

文章编号:1673-4793(2023)02-0044-07

基于智能布光的可移动文物原真采集系统

钱德宇¹,侯小刚²,王琰²,赵海英^{2*}

(1.北京邮电大学计算机学院,北京 100876;

2.北京邮电大学人工智能学院,北京 100876)

摘要:文物摄影测量数字化采集需要布置均匀一致的光照环境,以满足多视图立体和纹理贴图的重建需求。但当前依赖经验的光源布置难以确保光照均匀性,从而导致原真采集图像数据量大与建模效率低下的问题。本文基于工程经验,提出了一套适用于文物摄影测量的智能布光原真采集系统。在不降低原真建模精度的前提下,通过减少采集图像数量,来提高三维建模效率。首先,将光源布置问题转化为球面点均匀分布问题,使用模拟退火算法计算不同光源数量下最优的光源分布位置集合;其次,提出在仿真计算环境下的光照均匀度计算方法,在三种不同球形构型下,计算不同光源数量的光照均匀度,并选择球形构型复杂度和光照均匀度较优的照明框架;最后,本文基于测地线球体构建了基于智能布光的文物原真采集硬件系统。仿真实验结果表明,与传统布光方式相比,本文方法在明显降低图像数量的同时,没有明显提高重投影误差,模型精度和完整度没有受到损失。

关键词:文物数字化采集;智能布光;三维重建

中图分类号:TP391 **文献标识码:**A

An authentic acquisition system for movable cultural relics based on intelligent lighting

QIAN Deyu¹, HOU Xiaogang², WANG Yan², ZHAO Haiying^{2*}

(1.School of Computer Science, Beijing University of Posts and Telecommunications, BeiJing 100876, China;

2.School of Artificial Intelligence, Beijing University of Posts and Telecommunications, BeiJing 100876, China)

Abstract: The digital collection of cultural relics photogrammetry needs to arrange a uniform lighting environment to meet the reconstruction requirements of multi-view stereo and texture maps. However, the current experience-based light source layout is difficult to ensure the uniformity of illumination, which leads to the problems of large amount of original image data and low modeling efficiency. Therefore, on the basis of engineering experience, this paper proposes a set of intelligent light distribution true acquisition system suitable for photogrammetry of cultural relics. Without reducing the accuracy of authentic modeling, the efficiency of 3D modeling can be improved by reducing the number of acquired images. First, the problem of light source arrangement is transformed into a problem of uniform distribution of spherical points, and the optimal light source distribution position set is calculated under different light source numbers using simulated annealing algorithm. Secondly, a calculation method of illumination uniformity under the environment of simulation calculation is proposed. Under three different spherical configurations, the illumination uniformity of different light source numbers is calculated, and the illumination framework with better spherical configuration complexity and illumination uniformity is selected. Finally, based on the geodesic sphere, this paper builds a hardware system for the original collection of cultural relics based on intelligent lighting. The

基金项目:国家重点研发计划课题“文化资源大数据服务工程方法与数据加工技术研究”(2021YFF0901701)

作者简介(*为通讯作者):赵海英(1972-),女,副教授,博士,主要从事文化计算与媒体数据挖掘研究。Email:zhaohaiying@bupt.edu.cn

simulation experiment results show that, compared with the traditional lighting method, the method in this paper not only significantly reduces the number of images, but also does not significantly increase the re-projection error, and the accuracy and integrity of the model are not lost.

Key words:digital collection of cultural relics; Intelligent lighting; 3D reconstruction

1 引言

在文物摄影测量三维数字化采集数十年的工程实践中,灯光布设是首要任务也是最大难点。文物数字化原真采集需要使用各种光线突出文物的形态,表现文物的质感,展现表面细致的图案。因此,合理控制光的强、弱、刚、柔性格,更好的表现文物造型色彩和质地是文物摄影中灯光布设的任务^[1]。其次,均匀一致的照明环境与柔和的光线能够尽量确保多视角图像之间的光度一致性,降低图像和立体匹配中的误差,提升模型精度和采集效率。

但是,由于可移动文物种类繁多、器型和质地不一,往往只有经验丰富的文物数字化采集专家具备高质量灯光布设的能力。因此,如何将灯光布设的工程经验学术化、智能化,构建智能布光的数字化采集设备、并在保证原真性的前提下,降低文物摄影测量三维数字化采集图像数量,提升采集效率成为一大挑战且具有重大的现实意义。

基于对现有的文物采集系统的分析,本文提出了一种基于智能布光的可移动文物原真采集系统,可以为文物摄影测量数字化采集提供原真采集光照环境。首先将采集布光的问题转化为光源在球面的均匀分布问题。采用模拟退火算法求解给定数量的光源下,点在球面均匀分布的坐标。其次,提出光照均匀度评估的方法和指标,并给出不同球体构型下光照均匀度性能表现。最后,搭建了智能布光硬件系统,并进行了采集建模测试。

2 相关工作

在文化遗产领域,对历史遗产进行快速、高效的三维数字化的需求日益增长。IGD文化遗产数字化能力中心开发了CultLab3D^[2],它是世界上首台全自动的大规模三维数字化设施。该系统由两个扫描单元CultArc3D、CultArm3D组成,通过托盘输送系统连接,可以实现高效和高精度的三维采集。但是其价格十分昂贵,且不能自由移动,易受采集物体大小以及采集地点的限制。美国DT Heritage开发的DT BC100是一款快速图书采集

系统,针对图书、胶片等二维文化遗产,开发了对应的相机、灯光以及相应的采集平台。

在摄影测量三维重建数据采集方面,Wellens等人^[3]针对面部三维重建定制了摄影测量装置(SF3D)并评估了它在系统内部之间的准确性;Boe等人^[4]使用由21台相机组成的采集设备进行人体摄影测量数字化工作。另一种是采用特定的光照模式^[5-6],在给定的球形照明条件(光台^[7])下,进行反射率的捕捉和计算,从而进行反射率和几何结构的同时恢复。

基于摄影测量的三维重建方法通常假设目标物体为朗伯物体,此时高光会被视为噪声。为了解决这个问题,MVPS方法使用Light Ring的等深度约束来传播SFM的初始估计^[9]。当目标物体为朗伯物体时,可以通过将形状阴影与经典的多视图三维重建进行融合来重建表面细节。然而,MVPS方法通常需要大量的视图输入。

相比之下,同轴光度立体法使用一个带有严格附加点光源的相机进行数据采集,将多视图立体问题定义为一个单一且统一的目标能量优化问题,从而联合重建BRDF信息和几何结构^[9-11]。这种方法能够更准确地重建目标物体的表面细节,同时避免了使用大量视图的问题。

3 基于智能布光的照明均匀度仿真计算

3.1 球形构型

常用的多面体球形有两种,经纬球(UV Sphere)和测地线多面体(Geodesic Polyhedron)。标准的经纬球由四边形面、顶部和底部的三角形面片组成,如图1所示。经纬球具有垂直段和水平环两种属性,垂直段连接顶部和底部的极点,水平环为平行于球体的纬线。

测地线多面体是由三角形面片构成的多面体,通常测地线多面体以正二十面体为基础,通过细分三角形以及球面映射(顶点),增加复杂度,使多面体更接近球体。正二十面体由20个等边三角形组成,30条边,12个顶点位于同一球面上,各个面都是全等的三角形,且正二十面体非常稳定。细分频率为2v就是将正二十面体三角形的一条边分成两条边,一个三角形细分成四个,如图1所示。

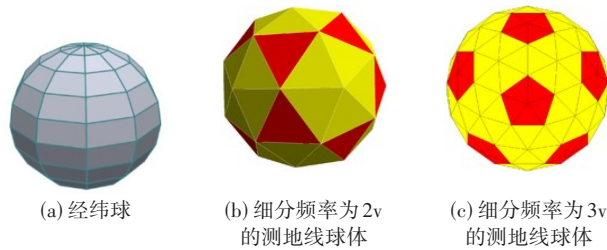


图1 本文球形框架构型图

细分频率为2v的正二十面(以下简称2v测地线球体)共有42个顶点,80个面,1220条边。细分频率为3v的正二十面体(以下简称3v测地线球体)共有92个顶点,180个面,270条边。对于经纬球,本文选择经线数为12,纬线数为8的经纬球作为候选球形架构,选用2v和3v测地线球体作为另一种球形方案,因此本文共有3种球形构型。

3.2 光源位置计算

为研究何种构型能产生最佳光照环境,本文将光照均匀度作为光照环境优化的指标。在上述三种框架中,需要明确光源数量和光源位置对光照均匀度的影响,并选出最优的光源数量和位置的组合。

光源具有发射方向和角度,因此问题可以描述为在给定光源数量N的前提下,将N个光源均匀固定在球面框架上,从而转化为球面点均匀分布问题。球面点均匀分布问题重点关注如何在欧式空间 R^3 中构建球面 S^2 的点集^[12],即:

$$S^2 = \{x \in R^3 \mid \|x\| = 1\} \quad (1)$$

对于N点构型,使所有欧式距离的乘积最大化:

$$\max \left\{ \prod_{i=1}^N \prod_{j=1}^N \|x_i - x_j\| \right\} \quad (2)$$

为方便计算,将上述公式等效为最小化离散对数能量函数:

$$\operatorname{argmin}_x E_{\log(x_1, \dots, x_N)} = \operatorname{argmin}_x \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \log \frac{1}{\|x_i - x_j\|} \quad (3)$$

由上式可知,若使N个点在球面上均匀分布,在所有可能的位置集合中,均匀分布于球面的位置集合其对数能量最小。因为在本文的应用中,点的数量相对较小,且是离散点,因此可以采用模拟退火算法进行优化求解。在迭代求解中,模拟退火算法将退火冷却过程和Metropolis准则相结合。假设目标函数为 $f(x)$,n个点的参数集为 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$,如果 $f(x_{i+1}) < f(x_i)$,则选择 x_{i+1} 作为新的候选极值点。否则,定义阈值 $\omega = \exp \{-[f(x_{i+1}) - f(x_i)]/T_c\}$,其中 T_c 是当前

的温度参数,并生成一个随机数 r ,其中 $r \in (0,1)$ 。如果 $\omega > r$,仍然选择 x_{i+1} 作为新的解,否则需要回到上一步并生成新的随机数 r 。

3.3 光照均匀度评估

为测试上述球形框架在中心位置的光照均匀度,使用细分频率为4v的测地线球体作为光照测量的目标物体,该球形多面体共有642个顶点,1280个面。

物理世界中,使用光照度(Illuminance)描述单位面积上的光通量,用来衡量物体表面上接受到的光照大小,光照度直接反映光源的作用,屏蔽了物体反射率的干扰,相较于亮度更适合作为光照评估方法。在仿真计算中,使用辐照度(Irradiance)代替光照度作为目标物体表面光照的计量方法,与光照度类似,辐照度表示入射到物体表面单位面积上的辐射通量 Φ ,与光源距离A有关,计算公式为:

$$E(\lambda) = \frac{d\Phi(\lambda)}{dA} \quad (4)$$

构建与现实场景类似的球形照明框架,将光源放置在球形框架顶点或边上,并将所有光源设置成相同的光照强度。为计算被测物体表面的光照情况,以球体表面三角形面片为基本单位,计算到达目标球体上每个三角形面片的辐照度。为解决自遮挡问题,将三角形三个顶点的均值作为三角形的位置坐标,如果光源到三角形面片中点的视线是不可见的,则将该面片从计算中去除。根据朗伯余弦定律,物体表面辐照度与光方向和表面法线夹角的余弦值成正比:

$$E_\theta = \frac{d\Phi(\lambda)}{dA} \cos\theta \quad (5)$$

将该面片接收到的所有光源的辐照度累加,得到表面辐照度总和,作为光照分数。在仿真实验中,为了解决在不同光源数量下,目标球体接受到的辐照度之间无法比较的问题,将目标球面上的光照对光源数量进行归一化。计算每个三角面片的照度s,计算其方差并对光源数量n归一化,得到光照均匀度分数:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (s_i - \bar{s})^2}{n}} \quad (6)$$

4 实现及结果

4.1 软件仿真结果

本节对细分频率为2v和3v测地线球体以及经纬球进行光照均匀度性能实验。对于细分频率为2v的测地线球体,光源数目范围是[4,158];细分频率为3v的测地线球体光源数量为[4,168];经纬球的光源数量为[4,168]。使用光源位置优化算法,首先得到不同光源数量下最优化的位置集合,此集合在本节称为原始位置;然后将原始位置映射到不同球体框架上的光源放置点位,得到映射位置,即光源在球体上真正放置的位置。

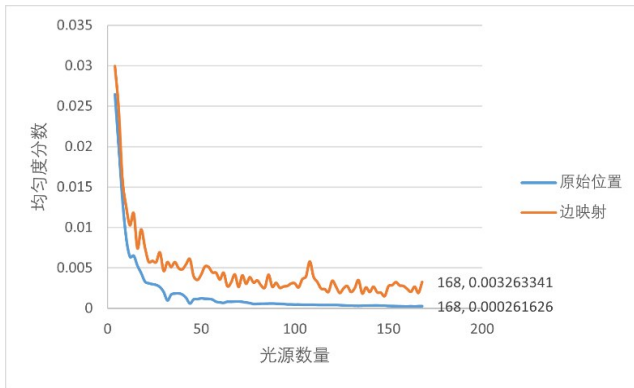


图2 细分频率为3v的测地线球体在不同光源数量下光照均匀度的表现

由图2可以看出,对于细分频率为3v的测地线球体,当光源数量达到100左右时,无论是原始位置还是映射位置,光照均匀度分数不发生明显变化。且由图中可以看出,当光源数量为48左右时,光照均匀度与120个光源相同。

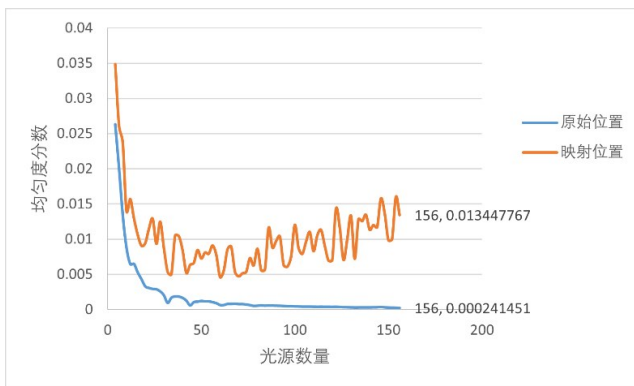


图3 细分频率为2v的测地线球体在不同光源数量下光照均匀度的表现

由图3可以看出,对于细分频率为2v的测地线球体,当光源数量达到42左右时,原始位置的光照均匀度分数基本达到了0.001左右的水平,随着光源数量的增加,光照均匀度变化趋缓。映射位置的均匀度分数随着光源数量的增加,光照均匀度分数先降低,然后升高,说明光源数量增加与均匀度分数之间并不是线性相关的,对于实际的光源放置点位,在光源数量为42、60和70的情况下,光照均匀度的表现最好。对比图4中经纬球的均匀度表现,总体而言,经纬球的光照均匀度差于细分频率为2v的测地线球体。对于三种球形框架,顶点以及边中点可以放置光源的情况下,光照均匀度的表现为:细分频率为3v的测地线球体>细分频率为2v的测地线球体>经纬球。

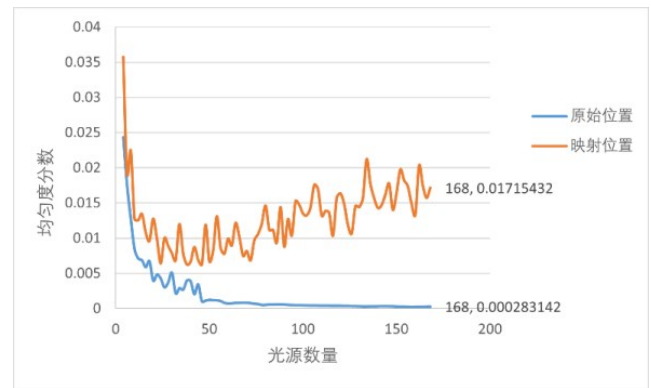


图4 经纬球在不同光源数量下光照均匀度的表现

考虑一种特殊情况,对于细分频率为2v和3v的测地线球体,将光源放置在顶点位置,得到二者的光照均匀度分数如表1所示。虽然细分频率为3v的球体光照均匀度表现优于细分频率为2v的球体,但其构型复杂度提升了近一倍,复杂度较大。因此,考虑到构型的复杂程度,本文最终选择了细分频率为2v的测地线球体作为照明框架,光源放置在顶点上,在光照表现和复杂度之间获得相对较好的平衡。

表1 两种细分频率测地线球光照均匀度和构型复杂度对比

细分频率	顶点数	边数	光源个数	光照均匀度分数
2	42	120	42	0.0073
3	92	270	92	0.0033

4.2 基于智能布光的原真采集硬件系统构建

4.2.1 球形框架搭建

球形框架设计尺寸直径为1.40m,为了保证框架稳固,底面五边形每个顶点加装一条支撑杆,杆件之

间相连,移除底面顶点及与其相连的五条边,设计图如图5左图所示。框架结构强度设计能够挂载20kg左右物品,可以在框架上固定多个相机。主体结构使

用22mm的铝合金管材,使用连接件固定,便于拆卸。框架整体包括120条边,41个连接件,底部支撑结构共10条边,如图5右图所示。

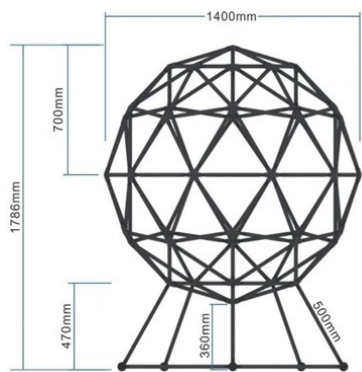


图5 球形框架设计与搭建图(左图为设计图,右图为搭建图)

4.2.2 光源

共采用41个漫反射LED作为光源,固定在球形框架的顶点上,底部顶点移除不放置光源。采用方形LED灯板,共有四个LED灯珠,功率为4瓦,全功率运行亮度为320流明。

LED发出的是连续电磁光,在可见光谱(波长范围在360-830nm)的范围内,光谱中不同的波长有不同的颜色和强度。色温,作为光线中包含颜色成分的计量单位,在数字化采集是需要控制的光源属性,本文使用的LED光源色温为6000K,颜色接近于正白。

4.3 硬件系统仿真测试

本文对两种不同质地与纹理的文物在不同光照环境下进行数字化采集,分别为低纹理的兵马俑和丰富纹理的瓷瓶。

为充分对比验证原真采集硬件系统的性能,分别在LED平板摄影灯照明条件和原真采集系统照明条件下对几种不同的物品进行采集和重建实验。LED平板摄影灯为Mettle VL-50 40W光源,色温为5500K。共采用三台Mettle摄影灯以顶光、两侧辅助光的方式布设。原真采集硬件系统的光源固定在照明框架的顶点上,每个光源功率为4W,色温约6000K,41个光源均匀分布于直径1.4米的球面上,总功率约为164W。

使用Agisoft Metashape^[13]摄影测量三维重建软件进行数据处理。在本文实验中,重建质量设置为“中”,其他参数采用默认值,经过“图像对齐”、“稠密点云重建”、“网格重建”和“纹理重建”四个步骤获得最终的纹理模型。

兵马俑数据使用佳能EOS 5D Mark III单反相机进行采集,镜头焦距设置为70mm,图像分辨率为1920 × 2880像素。在LED摄影灯环境中,ISO为400,曝光时间1/40秒,光圈值为f/7。在原真采集硬件系统照明环境中,ISO为200,曝光时间1/40秒,光圈值为f/4.5。在普通照明条件下,原真采集硬件系统对兵马俑采集数据进行稀疏重建和稠密重建的结果如表2和表3所示:

表2 兵马俑稀疏重建对比实验

主要参数	摄影灯环境	原真采集硬件系统
有效图像数量	191张	65张
点云数目	22933	20790
重建用时	1分1秒	25s
重建内存占用	408Mb	300Mb
重投影误差	1.53	0.927

表3 兵马俑稠密重建对比实验

主要参数	摄影灯环境	原真采集硬件系统
有效图像数目	190张	65张
点云数目	334415	1872455
重建用时	7分06秒	1分54秒
内存占用	2.63 GB	2.20GB

由表2可得,在原真采集硬件系统下采集的兵马俑数据,在图像数量远小于普通照明环境的条件下,获得了更精确的重建结果,虽然点云数目略小于普通照明环境采集重建结果,但使用了更少的内存和时间,内存节省了25%,速度提升了59%。由表3可知,由于原真采集硬件系统下使用更少的图像进行重建,并能确保相机位姿的精度,因此重建用时和内存占用

更小,对电脑性能要求更低,可以提高采集重建效率。

重建结果如图6所示。由于普通照明模式下,需要采集更多的图像,因此在稠密重建中视差变化较小,点云中离群点较少。受益于原真采集硬件系统的均匀照明环境,采集了较少的图像(65张),但由于视角变化较大,因此稠密点云中离群点较多(图6左1)。



图6 两种光照环境下兵马俑重建结果

(左1、左2为原真采集硬件系统下三维点云和纹理模型;左3、左4为摄影灯环境下三维点云和纹理模型)

瓷瓶数据使用索尼 ILCE-7RM4 相机进行采集,镜头焦距为 24mm,图像分辨率为 9504 × 6336 像素。在 LED 摄影灯环境中,ISO 为 400,曝光时间 1/40 秒,光圈值为 f/9。在原真采集硬件系统照明环境中,ISO 为 320,曝光时间 1/40 秒,光圈值为 f/9。

在普通照明条件下,原真采集硬件系统对瓷瓶采集数据进行稀疏重建和稠密重建结果如表4和表5所示。瓷瓶材质属于高反光材料,且由于该瓷瓶中部向外凸起,因此该物品表面反射情况十分复杂。在采集中,文物表面出现大块白色反光区域,给重建算法引入了大量噪声。其次,瓷瓶的瓶口部分几何变化大,采集时需要小心控制图像视差变化在合理的范围内,以防止剧烈的视差变化产生点云噪声。由于瓷瓶反光材质以及几何外形存在变化剧烈的区域,因此,在两种光照环境中,均采集了大量图像。在摄影灯光照环境下,平板摄影灯面积大,在物体表面产生更大块的光斑,对物体表面的纹理遮挡严重,因此采集了更多的图像(222张)。

表4 瓷瓶稀疏重建对比实验结果

主要参数	摄影灯环境	原真采集硬件系统
有效图像数量	222张	155张
点云数目	118162	82802
重建用时	3分38秒	2分41秒
重建内存占用	808MB	383MB
重投影误差	2.99	3.08

此外,在两种照明模式下,均未发现点云中存在明显孔洞,重建完整性上无明显区别。

对于纹理模型而言,由于普通照明下光照均匀度难以把控,因此在纹理贴图,图6左4中人物的肩部和腿部存在亮度差异;但在图6左2中,从主观上判断,未发现明显光照差异。

表5 瓷瓶稠密重建对比实验结果

主要参数	摄影灯环境	原真采集硬件系统
有效图像数目	222张	155张
点云数目	968669	908278
重建用时	30分11秒	23分14秒
内存占用	11.28 GB	8.27GB

由表4中可以得出,虽然瓷瓶的高反光性质给采集重建带来较大的困扰,但是在原真采集硬件系统照明条件下,依然可以用较少的图像数据完成重建,并且在重建质量上并未造成重大的损失。在摄影灯环境下,重投影误差为 2.99(由 222 张图像参数计算获得)。在本文的环境下,155 张图像重建的重投影误差为 3.08,二者在误差方面表现相近。其次,与表2中的结果对比发现,由于物体表面存在镜面反射,对纹理产生了遮挡作用,直接导致误差成倍增加。因此,文物采集重建结果与文物本身的材质属性有关。

由表5可以看出,稠密重建中由于光照环境的优势,采集时降低了图像数量,可以极大降低内存占用。在减少 67 张图像的情况下,节省了 3GB 的内存占用,重建用时减少了 7 分钟。结合表3的结果,说明在原真采集系统照明条件下,采集人员可以将采集重点放在文物精彩和关键区域,从而在不增加采集用时和图像数量的前提下,提升采集效果。

在摄影灯与原真采集硬件系统照明条件下,瓷

瓶的三维点云和纹理模型如图7所示。由于在两种不同的光照环境下相机的曝光参数设置不同,所以两个纹理模型表面亮度有所差异,在色彩表现上也有所差异。图7左2纹理模型亮度更高,但与左4的

纹理模型对比,色彩饱和度有所降低;但从三维点云和模型结果上看,不同的曝光参数仅在纹理模型的观感上造成些许差异,对模型的精度和重建完整度影响较小。



图7 两种照明环境下瓷瓶重建结果

(左1、左2为LED摄影灯下三维点云和纹理模型;左3、左4为原真采集硬件系统下三维点云和纹理模型)

5 结论

为解决基于摄影测量文物三维数字化采集中存在的布光难的问题,本文将数字化采集中的布光问题抽象为球面点分布问题,以优化文物放置位置(即球心)处的光照均匀度。系统论证了不同照明框架以及不同数量光源下,光照均匀度的表现。在仿真计算的基础上构建了现实场景下硬件采集平台和控制系统,并结合文物三维数字化的要求和特点对硬件设备进行了设置,从初始照明条件保证了采集的原真性。对兵马俑模型和瓷瓶进行的仿真实验结果表明,本文的方法是有效的,能在降低采集图像数量的同时保证模型的完整度和精度不受损失。

参考文献(References):

- [1] 赵广田. 文物摄影概论[M]. 兰州: 甘肃文化出版社, 2013.
- [2] Santos P, Ritz M, Fuhrmann C, et al. 3D mass digitization: A milestone for archeological documentation[J]. Virtual Archaeology Review, 2017, 8(16): 1-11.
- [3] Wellens H L L, Hoskens H, Claes P, et al. Three-dimensional facial capture using a custom-built photogrammetry setup: Design, performance, and cost[J]. American journal of orthodontics and dentofacial orthopedics, 2020, 158(2): 286-299.
- [4] Boe T, Carter C. Human photogrammetry: foundational techniques for creative practitioners[J]. Int. J. Comput. Graph. Animat, 2020(10): 1-20.
- [5] Kampouris C, Ghosh A. ICL multispectral light stage: building a versatile LED sphere with off-the-shelf components[A]. //Proceedings of the Eurographics 2018 Work-

shop on Material Appearance Modeling[C], London: The Eurographics Association. 2018: 1-4.

- [6] Ghosh A, Fyffe G, Tunwattanapong B, et al. Multiview face capture using polarized spherical gradient illumination[J]. ACM Transactions on Graphics (TOG), 2011, 30(6): 1-10.
- [7] Debevec P. The light stages and their applications to photoreal digital actors[R]. university of southern california los angeles, 2012.
- [8] Li M, Zhou Z, Wu Z, et al. Multi-view photometric stereo: A robust solution and benchmark dataset for spatially varying isotropic materials[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2020, 29: 4159-4173.
- [9] Higo T, Matsushita Y, Joshi N, et al. A hand-held photometric stereo camera for 3-d modeling[A]//2009 IEEE 12th International Conference on Computer Vision[C], Kyoto: IEEE, 2009: 1234-1241.
- [10] Nam G, Lee J H, Gutierrez D, et al. Practical svbrdf acquisition of 3d objects with unstructured flash photography[J]. ACM Transactions on Graphics (TOG), 2018, 37(6): 1-12.
- [11] Cheng Z, Li H, Asano Y, et al. Multi-view 3d reconstruction of a texture-less smooth surface of unknown generic reflectance[A]//Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition[C], Nashville: IEEE, 2021: 16226-16235.
- [12] Brauchart J S, Grabner P J. Distributing many points on spheres: minimal energy and designs[J]. Journal of Complexity, 2015, 31(3): 293-326.
- [13] Agisoft. Agisoft Metashape[CP]. <https://www.agisoft.com/> 2023.