

引用格式:黄志洵.对Maxwell方程组的研究和讨论[J].中国传媒大学学报(自然科学版),2022,29(04):65-82.

文章编号:1673-4793(2022)04-0065-18

# 对 Maxwell 方程组的研究和讨论

黄志洵<sup>1</sup>

(中国传媒大学信息工程学院,北京 100024)

**摘要:**经典电磁场理论的核心是 Maxwell 电磁场方程组。它的每个公式都有实验事实的支持,数学逻辑严密自洽,在应用方面经受了长期考验;因此,其正确性无可怀疑。……但是,Maxwell 方程组是由多个矢量化偏微分方程组成的,其严格求解不仅复杂而且困难,甚至难倒了数学家。此外,该方程组可能不够全面和完善,本文对此作了详细分析。对于 Proca 电磁场方程组,我们持肯定的态度,认为它是对 Maxwell 方程组的补充和改善。文中推导了 Proca 波方程(PWE),结果是对称的。不知道 Proca 本人为何未作推导,本文弥补了这一缺陷。对中国科学家最近提出的“扩展的 Maxwell 方程组”,本文认为应当重视并展开讨论。

**关键词:** Maxwell 方程组(ME); Maxwell 波方程; Hansen 函数; Proca 方程组; Proca 波方程; 扩展的 Maxwell 方程组

中图分类号:O411.1 文献标识码:A

## The study and discussion on the Maxwell's Equations

HUANG Zhixun

(School of Information Engineering, Communication University of China,  
Beijing 100024, China)

**Abstract:** The core of classical electromagnetic field theory is Maxwell electromagnetic field equations. Each of its formulas is supported by experimental facts, and its mathematical logic is rigorous and self-consistent, which has been tested for a long time in application. Therefore its correctness is beyond doubt. ... However, Maxwell equations are composed of several vectorized partial differential equations, and their strict solution is not only complicated and difficult, but even confounded mathematicians. In addition, the equations may not be comprehensive and perfect enough, which is analyzed in detail in this paper. As for Proca's electromagnetic field equations, we bold a positive attitude and consider it as a supplement and improvement to Maxwell's equations. The Proca wave equation(PWE) is derived and the result is symmetric. it is not clear why Proca himself did not derive it. but this paper makes up for this deficiency. For the expanded Maxwell equations proposed by Chinese scientist recently, we think it should be emphasized and discussed in scientific community.

**Keywords:** Maxwell equations(ME); Maxwell wave equation; Hansen functions; Proca equations; Proca wave equation; Expanded Maxwell equations

### 1 引言

英国物理学家 J. Maxwell (1831-1879) 在电磁理论方面的贡献可与 I. Newton 在经典力学方面的贡献相

比拟。Newton 建立了人类历史上第一个自然科学理论体系, Maxwell 则精辟地概括了 19 世纪电磁学的精华并作了创新。他们两人都是伟大的, 人类工业文明

和信息社会的建成得益于他们。当然,Maxwell并不是孤立的研究者——前有 M.Faraday,后有 H.Hertz;正是由于他们三人的努力才有可能建立 Maxwell 方程组;这是经典电磁学的最重要的理论,收集、提炼和浓缩了电磁实验现象的基本规律。

众所周知, Faraday 的科学思想突出表现在“力线”的概念上,它包含电力线、磁力线。Maxwell 先仔细研读了 Faraday 的著作《电学实验研究》,然后力图用数学表达 Faraday 的思想。1856 年 Maxwell<sup>[1]</sup>发表首篇电磁学论文“论 Faraday 力线”,其中提出 6 个关系式,即  $\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \Phi, \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum I, \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}, W = \oint \mathbf{J} \cdot \mathbf{A} d\mathbf{l}, \mathbf{E} = -d\mathbf{A}/dt$ 。1861-1862 年 Maxwell 发表另一篇电磁学论文“论物理力线”,文中提出一个全新概念“位移电流”,计算方法是  $\partial \mathbf{D} / \partial t$ 。1865 年 Maxwell<sup>[2]</sup>发表最重要的一篇电磁学论文“A dynamic theory of electromagnetic field”,其中不仅最先提出“电磁场”一词,而且给出由 20 个标量方程组成的电磁场方程组。十多年后,德国物理学家 H.Hertz 归纳总结为 4 个矢量方程,此即 Maxwell 方程组,本文简称为 ME。我们要注意它的特点,其组成要素是 4 个独立的矢量偏微方程,构成为完整表述电磁场特征的数学、物理学系统。它的价值和用途立即显示出来了——Maxwell 在此基础上推出了电磁波方程,又说“光是一种通过电磁场传播的扰动”,确立了光与电磁波的同—性,这在光学的发展中是绝无仅有的事。总之,后人把这篇文章称为 19 世纪最伟大的一篇科学文献是有道理的。

Maxwell 方程组是长盛不衰的,这是由于其每个方程都有实验事实的支撑;它的数学逻辑严密而自治。在 20 世纪及其以后,已有许多电子计算机软件程序用来扩展它的应用,人们确实也解决了许多工程技术问题。……但是,对待 ME 不能绝对化,由于它是一种建立在经典物理和古典数学基础上的唯象理论,其不足之处也渐为人们认识。专家指出,其理论欠严格;与现代数学、现代物理学略有脱节;忽略粒子性;对场的完备性问题难以解决;这些问题在今天已突出起来。人们在问,传统的 ME 求解方法是否存在不能求解的问题?是否有更加完善的方程组?

为了证明今天仍有重新研究和讨论 Maxwell 方程组的必要,这里再举出几个例子。首先,ME 及由它导出的电波波方程都是矢量方程,严格求解是很困难的<sup>[3]</sup>,除非一再作出近似。经典电磁理论只在处理标量偏微分方程组时才呈现出严格性。

又例如,1964 年物理学大师 P.Dirac<sup>[4]</sup>说:“我们打算研究 Maxwell 方程组并不精确成立的可能性;当距离产生场的电荷非常近时,或许必须修改 Maxwell 场理论,以便将其变为非线性电动力学。”…确实,虽然研究非线性 Schrödinger 方程(NLSE)的文献相当多<sup>[5]</sup>,甚至有人写了题为《非线性量子力学》<sup>[6]</sup>或《非线性光学》<sup>[7,8]</sup>的专著;笔者却没有听说什么人在研究非线性 Maxwell 方程组(NLME)。

再如,物理学史告诉人们说,Maxwell 场论解释不了光电效应(一种用光子在金属板表面击出电子的现象)。正是由此出发, A.Einstein 提出了光子假说<sup>[9]</sup>,用此理论对光电效应作出了解释,因此获得了 1921 年 Nobel 物理学奖。那么,为什么 Schrödinger<sup>[10]</sup>方程既考虑波动性又涉及粒子性,从而完美地解释了微观世界;而 Maxwell 场论却完全不考虑粒子性?当然,在 1865 年那个时期,连对原子的认识都很差,更谈不上解微观粒子;但为什么在 1936 年 A.Proca<sup>[11]</sup>提出考虑光子静止质量(即取  $m_0 \neq 0$ )的理论之后,甚至直到现在,科学界对 Proca 方程组仍然不予重视;这难道是合理的吗?!

本文的主旨是研究和讨论 Maxwell 方程组这个科学珍珠可能存在的瑕疵,讨论其解决的方法。

## 2 Maxwell 方程组的一般关系

ME 在不同单位制中有不同的形式;最常见的是 MKSA 单位制中的写法,称为 ME 的标准形式:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (4)$$

式中  $\mathbf{D}$  是电感应强度,  $\mathbf{B}$  是磁感应强度,  $\mathbf{E}$  是电场强度,  $\mathbf{H}$  是磁场强度,  $\mathbf{J}$  是电流密度,以上各项均为矢量。另外,  $\rho$  是体电荷密度,是标量。公式(3)被称为 Maxwell 第一电磁定律,我们简称为 Law I;公式(4)被称为 Maxwell 第二电磁定律,我们简称为 Law II。Law I 和 Law II 是 ME 的精华。然而,公式(1)和(2)却不能称为 Maxwell 定律,其原因如下;先看公式(1),由于在一定条件下有以下关系式成立:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (5)$$

式中  $\varepsilon$  是电容率(permittivity);故可有

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad (1a)$$

上式表明体电荷密度是产生电场强度的源;这个方程的实验基础是:电荷可以在自然界单独存在,它们之间的作用力服从 Coulomb 定律。方程(1a)所确立的电场与电荷关系也称为电的 Gauss 定理。所以,严格而论公式(1)不是 Maxwell 的原创性贡献,虽然它是 Maxwell 场论中不可缺少的一部分。

另一个原因是,在一定条件下可以由(3)式导出(1)式,这就损害了(1)式的独立性。现在可把公式(3)写作

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (3a)$$

在这里  $\mathbf{J}$  是总电流密度矢量:

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} + \mathbf{J}' \quad (6)$$

式中  $\sigma \mathbf{E}$  是传导电流密度( $\sigma$  是导电率),而  $\mathbf{J}'$  代表非电流源产生的电流密度矢量。

我们对公式(3)的左、右取散度:

$$\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{H} = \nabla \cdot \mathbf{J} + \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

根据矢量代数,上式左边为零,故有:

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{D}) = 0$$

相据所谓连线性方程:

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (7)$$

式中  $\rho$  是体电荷密度;代入前式,得

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{D} - \rho) = 0$$

即可写作

$$\nabla \cdot \mathbf{D} - \rho = f(x, y, z)$$

式中  $f$  是任一与时间无关的位置的函数;考虑到场产生之前  $\nabla \cdot \mathbf{D} = 0, \rho = 0$ , 即  $f(x, y, z) = 0$ ; 故得  $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$  此即式(1)。可认为(1)式是 ME 第一定律的推论——但要满足两个条件;首先是连续性方程成立,其次是“场在有限时间内产生”<sup>[12]</sup>。

类似地,我们可以证明:在一定条件下,由 Law II 可导出(2)式。不过,涉及到磁场性质问题,情况更为复杂。取  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  是以实验事实为基础的——从来没有发现过所谓磁荷的存在;磁的 N、S 极总是成对出现,磁力线总是闭合的(Faraday 很早就注意到这个情况)。1931 年 P. Dirac<sup>[13]</sup> 提出,只有一种磁极性的磁基本粒子应当可以存在,称为磁单极子(magnetic monopole)。但实验物理学家的长期寻找,都没有发现磁单

极,只是 1982 年 B. Cabrera<sup>[14]</sup> 宣布,他在低温超导技术的帮助下可能找到了磁单极;然而科学界并未认可这一成果。

但是,磁荷在理论运行中却是一个有用的概念。从磁的 Coulomb 定律出发,可以这样定义磁场强度:

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{F}}{q_m} \quad (8)$$

式中  $\mathbf{F}$  是磁力(矢量),  $q_m$  是磁荷。这种观点中,用  $\mathbf{H}$  (而不用  $\mathbf{B}$ ) 来表征磁场。与磁荷观点不同的是电流观点,它以 Biot-Savart 定律为基础,用磁感应强度(矢量)  $\mathbf{B}$  来表征磁场。不过,对同样的物理对象,二者的计算结果在本质上相同。

### 3 电磁场理论中的本构关系

1952 年,荷兰 Leyden 大学教授 C. Böttcher<sup>[18]</sup> 的专著《Theory of Electric Polarisation》出版。此书共有 492 页,最先论述的是静电学中的一些概念和问题,其中首先是矢量  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{D}$ , 然后是电极化(Electric polarisation)矢量  $\mathbf{P}$ , 再谈电容率  $\varepsilon$ ; 然后讨论偶极子的反射场,极化与能量,静态场或低频交变场中的极化介电物质,静态场或低频交变场中的非极化介电物质,光频下的极化,高频率极化,介电损耗,固体的极化等等。由此书可知,当电磁场和物质相互作用时,其理论是既丰富又复杂的。

对于气体、大多数液体、许多固体而言,矢量  $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{P}$  的方向相同。在这种情况下可写出公式(5),即  $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$ 。在中等强度的静态场中,  $\varepsilon$  取决于物质的化学组成和密度,而与  $\mathbf{E}$  无关。这时又把  $\varepsilon$  称为介电常数(Dielectric constant)。上述关系式不仅对静态场正确,对于低频率的交变场也是正确的。对于高频率(例如一直到光频),这时会在  $\mathbf{P}$  和  $\mathbf{E}$  之间产生相位差,从而在  $\mathbf{D}$  和  $\mathbf{E}$  之间产生相位差。在以上表述中,  $\mathbf{P}$  是电极化密度(Density of electric polarisation),简称电极化,它是矢量,是在空间点  $p$  上的值,其物理意义详后。

电极化定义来源于下式:

$$m_{ind} = \mathbf{P} \cdot \Delta V$$

$m_{ind}$  是感应偶极矩(Induced dipole moment),  $V$  是体积;故有

$$\mathbf{P} = \frac{m_{ind}}{\Delta V}$$

故单位体积的感应偶极矩即电极化。

在电介质极化理论中有所谓本构方程:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (9)$$

式中  $\varepsilon_0$  是真空介电常数;由上式得:

$$\mathbf{P}=(\varepsilon-\varepsilon_0)\mathbf{E} \quad (9a)$$

这表示  $\mathbf{P}$  的存在是以  $\mathbf{E} \neq 0$  为前提。

必须指出,对电极化密度(也叫电极化强度)的有关推导,有时要和从磁荷概念出发的论点联系起来。下式是有关磁场的本构方程:

$$\mathbf{B}=\mu\mathbf{H}=\mu_0(\mathbf{H}+\mathbf{M}) \quad (10)$$

矢量  $\mathbf{M}$  是磁化密度(也叫磁化强度)矢量,其地位与  $\mathbf{P}$  对应。有的研究者(例如朱兰成)曾经熟练地用  $\mathbf{P}$  和  $\mathbf{M}$  来帮助解决介质非静止时的 ME 推导。

电磁理论中的本构关系指的是处于电磁场中的介质内产生电极化和磁化等物理量与电场强度、磁场强度之间的关系。无论何种介质,只要建立描述这些介质的本构关系,代入到 ME 之中,就能获得正确的结果。

#### 4 为什么需要矢量波函数(Hansen 函数)

电磁理论的发展已证明下述矢量微分方程是普遍适用的:

$$\nabla^2\mathbf{C}-\varepsilon\mu\frac{\partial^2\mathbf{C}}{\partial t^2}-\mu\sigma\frac{\partial\mathbf{C}}{\partial t}=0 \quad (11)$$

矢量函数  $\mathbf{C}$  可以是  $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$ , 或矢势  $\mathbf{A}$ , 或 Hertz 矢量  $\mathbf{\Pi}$ , 而上式称为电磁波的矢量波方程,适用于无电荷源的区域。如该空间无传导电流( $\sigma=0$ ),则有

$$\nabla^2\mathbf{C}-\varepsilon\mu\frac{\partial^2\mathbf{C}}{\partial t^2}=0 \quad (12)$$

对单色波  $e^{j\omega t}$ , 则有矢量 Helmholtz 方程成立:

$$(\nabla^2+k^2)\mathbf{C}=0 \quad (13)$$

式中  $k=\omega\sqrt{\varepsilon\mu}$ ; 根据算子 Laplacian 的定义,上式为

$$\nabla(\nabla\cdot\mathbf{C})-\nabla\times(\nabla\times\mathbf{C})+k^2\mathbf{C}=0 \quad (13a)$$

对于直角坐标系而言,3个单位矢是常矢量,故  $\mathbf{C}$  可分解为3个分量,每个分量  $C_i(i=x,y,z)$  均满足下述标量 Helmholtz 方程:

$$(\nabla^2+k^2)C_i=0 \quad (14)$$

从而为使用分离变数法创造了前提。但是,上述分量求解法常常无法实施,因曲线坐标系中3个单位矢不是(或不全是)常矢量,故上述作法只能得到包含3个分量的耦合方程;亦即  $\nabla^2$  中对任意分量作分离变数时,每个分量的3个函数乘积的 Laplacian 都与3坐标有关,即相互耦合的,故无法进行。

在20世纪30年代,W.Hansen<sup>[19]</sup>曾提出直接求解矢量波方程的见解,其矢量波函数称为 Hansen 函数。但 Hansen 函数是直接满足矢量波方程的,具体如下。

设函数  $\psi(r)$  是下列方程的本征解:

$$(\nabla^2+k^2)\psi=0 \quad (14a)$$

边界条件  $\psi|_s=0$  (第一类边值问题), 或  $i_n\cdot\nabla\psi|_s=0$  (第二类边值问题); 令

$$\mathbf{L}=\nabla\psi \quad (15)$$

$$\mathbf{M}=\nabla\times(\psi\mathbf{a}) \quad (16)$$

$$\mathbf{N}=\frac{1}{k}\nabla\times\mathbf{M} \quad (17)$$

式中  $\mathbf{a}$  是常矢。

由于  $\nabla\times\mathbf{L}=0$ ,  $\nabla\cdot\mathbf{L}=\nabla^2\psi$ ,  $\mathbf{L}$  是无旋有散场; 又可证明  $\nabla\cdot\mathbf{M}=0$ ,  $\nabla\cdot\mathbf{N}=0$ ,  $\nabla\times\mathbf{M}\neq 0$ ,  $\nabla\times\mathbf{N}\neq 0$ , 故  $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{N}$  是有旋无源场。另外,可证  $\mathbf{L}\cdot\mathbf{M}=0$ ,  $\mathbf{L}\cdot\mathbf{N}=0$ ,  $\mathbf{M}\cdot\mathbf{N}\neq 0$ ; 为使  $\mathbf{M}\cdot\mathbf{N}=0$ , 选  $\mathbf{a}$  为特殊矢量。实际上,柱坐标时选  $\mathbf{a}$  为  $z$  轴上单位矢量  $\mathbf{k}$ , 球坐标时选  $\mathbf{a}$  为  $\mathbf{r}$  向单位矢  $\mathbf{r}$ , 就可使  $\mathbf{M}\cdot\mathbf{N}=0$ 。因此,  $\mathbf{a}$  称为引向矢量。于是,  $\mathbf{L}$ 、 $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{N}$  三者互相垂直。

由于  $\nabla^2\nabla\psi=\nabla\nabla^2\psi=\nabla(-k^2\psi)$ , 故有

$$\nabla(\nabla^2\psi+k^2\psi)=(\nabla^2+k^2)\mathbf{L}=0 \quad (18)$$

此外,又可证明

$$(\nabla^2+k^2)\mathbf{M}=0 \quad (19)$$

$$(\nabla^2+k^2)\mathbf{N}=0 \quad (20)$$

可见,当  $\psi$  满足标量 Helmholtz 波方程,所定义的泛函  $\mathbf{L}$ 、 $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{N}$  确能满足矢量波方程。

由于满足式(14a)和边界条件的本征函数可有无限多,即

$$(\nabla^2+k^2)\psi_i=0 \quad (i \text{ 为 } l,m,n) \quad (14b)$$

$i$  的具体数值为:  $i=0, 1, 2, \dots$ ; 故  $(\sum_n a_n \mathbf{L}_n +$

$\sum_m b_m \mathbf{M}_m + \sum_l c_l \mathbf{N}_l)$  也满足矢量波方程。既如此,它可用来代表  $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$ 、 $\mathbf{A}$  等。这样表示电磁场时,可知该场必包含有旋及无旋部分。如已知只有旋量场,则只有  $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{N}$  展开即可。

例如,规则柱波导沿  $z$  轴是行波,截面上是驻波,电场写作

$$\mathbf{E}=\mathbf{E}_t e^{-j\beta z}$$

下标  $t$  代表横向;故有

$$\mathbf{E}_t=\sum(a_n \nabla\psi_n + b_n \nabla\psi_n \times \mathbf{k}_t + C_n \mathbf{N}_n)$$

式中  $\mathbf{k}_t$  为横向波数,  $\psi$  为  $\psi_t$ ; 而

$$\mathbf{N}_n=\frac{1}{k_t}\nabla\times\mathbf{M}_n$$

由于  $\psi_t$  满足横向标量 Helmholtz 方程:

$$(\nabla^2+k_t^2)\psi_t=0$$

式中  $k_i^2 = k^2 - \beta^2$ ; 现在

$$\mathbf{N}_n = \frac{1}{k_i} \nabla \times \nabla \times (\psi \mathbf{k}) = \frac{1}{k_i} [\nabla(\nabla\psi_i \cdot \mathbf{k}) - \mathbf{k}\nabla^2\psi_i]$$

因  $\nabla^2\psi_i$  在横截面上, 括号内前项为零, 故有

$$\mathbf{N}_n = \frac{1}{k_i} [-\mathbf{k}\nabla^2\psi_i]$$

但  $\nabla^2\psi_i = -k_i^2\psi_i$ , 故有

$$\mathbf{N}_n = k_i \nabla^2\psi_i \mathbf{k} \quad (21)$$

故  $\mathbf{N}_n$  是在  $z$  向; 而  $\mathbf{L}_n$ 、 $\mathbf{M}_n$  在横截面内(互相垂直), 它们与  $\mathbf{N}_n$  垂直。

例如 TE 波, 电场在横截面内, 不包括  $\mathbf{N}_n$  分量; 又因在无源区内, 应为旋量场, 故用  $\mathbf{M}_n$  表示即可。而磁场必有纵场( $\mathbf{N}_n$ )部分, 用  $\mathbf{L}_n$  描述。电场表示式为

$$\mathbf{E}_i = \sum_n a_n \mathbf{M}_n = \sum_n a_n (\nabla\psi_i \times \mathbf{k})$$

不同的  $n$  代表不同模式; 为符合习惯, 改用  $i$  代替  $n$ :

$$\mathbf{E}_{ii} = \sum_i a_i (\nabla\psi_i \times \mathbf{k})$$

$a_i=1$  时得到归一化电场为

$$\mathbf{e}_{ii} = \nabla\psi_i \times \mathbf{k} \quad (22)$$

归一化横向磁场为

$$\mathbf{h}_{ii} = \nabla\psi_i \quad (23)$$

归一化纵向磁场为

$$\mathbf{h}_{zi} = \frac{k_i^2}{j\omega\mu} \psi_{ii} \quad (24)$$

这些表示式可用于某些结构(例如微波电磁兼容设备 GTEM 室)的工程计算。

现在对电磁场完备性作粗浅讨论(不涉及 C.T.Tai 的理论)。按照 Helmholtz 定理, 场  $\mathbf{F}$  分解为无旋场与旋量场之和:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_l + \mathbf{F}_r = \nabla\Phi + \nabla \times \mathbf{A} \quad (25)$$

$\Phi$ 、 $\mathbf{A}$  分别为标量势及矢量势;  $\nabla\Phi$  为无旋有散场, 而  $\nabla\Phi \times \mathbf{i}_z = \nabla \times (\Phi \mathbf{i}_z)$  为有旋无源场; 两者解的集合构成完备场的解的集合, 可证明如下:

$$\begin{aligned} \iiint \nabla\Phi \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) dV &= \iiint (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot \nabla\Phi dV \\ &= \oint_S \Phi (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot \mathbf{i}_n dS - \iiint \Phi \nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) dV \end{aligned}$$

当令  $\mathbf{A} = \nabla \times (\Phi \mathbf{i}_z)$ , 表示在边界上  $\Phi|_s = 0$  或  $(\nabla \times \mathbf{A}) \cdot \mathbf{i}_n = \frac{\partial\Phi}{\partial n}|_s = 0$  时, 等式右首项为零; 而第二项永远为零, 故有

$$\iiint \nabla\Phi \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) dV = 0$$

这说明在所给空间内矢量函数空间可唯一地分解为两个完备且不相交的子空间, 即场

$$\{\mathbf{F}\} = \{\mathbf{F}_r\} \cup \{\mathbf{F}_l\} \quad \text{或} \quad \{\mathbf{F}_r\} \cap \{\mathbf{F}_l\} \quad (26)$$

这里  $\mathbf{F}$  可以是电场或磁场; 而  $\Phi|_s = 0$  及  $\frac{\partial\Phi}{\partial n}|_s = 0$  正

是第一、二类边值问题。

## 5 矢量电磁场方程组和矢量电磁波方程的求解问题

现在许多人认为自己已用 Maxwell 电磁场理论处理(解决)了许多工程技术问题。这并不为错, 但目前的作法可能并不严格; 因为我们面对的是矢量偏微分方程组和矢量波方程, 要严格求解并不容易。

前面所述矢量函数  $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{N}$ (以及  $\mathbf{L}$ ) 其实就是 Hansen 函数, 那么其意义何在? 正如大家所知, 经典电磁理论只在处理标量偏微分方程组时才呈现出严格性, 但 Maxwell 方程组是矢量偏微分方程组, 人们一直缺少解决方法。当由矢量波方程在单色波条件下转为矢量 Helmholtz 方程, 就会发现在一般曲线坐标系时只能得到分量的耦合方程, 不能进行分离变数。1935-1937 年, W. Hansen<sup>[16]</sup> 在一组研究天线辐射问题的文章中提出了直接求解矢量波方程的建议; 他针对矢量波方程构造出独立矢量函数解  $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{N}$ , 因而矢量波函数又被称为 Hansen 函数; 他实际上是用标量 Helmholtz 方程的本征函数作原基, 进一步构造成新的正交基, 使之直接满足矢量 Helmholtz 方程和相应的边界条件; 这样的泛函  $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{N}$  直接满足矢量波方程, 使直接求解的工作有了开端。1941 年, J.Stratton<sup>[17]</sup> 介绍了 Hansen 的思路, 给出解法, 讨论了解的形式, 补充引入了矢量函数解  $\mathbf{L}$ ; 当时及以后, 人们不认为  $\mathbf{L}$  函数与  $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{N}$  在性质上有重要的区别。

1971 年, C.T.Tai(戴振铎)<sup>[18]</sup> 指出, 可以用并矢 Green 函数直接求解 Maxwell 方程组的边值问题, 给出了形式完美对称的表达式。但随即有人指出其公式两边不恒等, 解是不完备的; 具体讲, Tai 所得到的并矢 Green 函数虽满足坐标对称, 但不包含  $\mathbf{L}$  函数。1973 年 Tai<sup>[19]</sup> 自己作了修改, 给出的新表达式多增加了一个包含  $\mathbf{L}$  函数的奇异项(代表源区场), 这引起了争论。1991 年宋文森<sup>[20]</sup> 在其专著《并矢 Green 函数和电磁场的算子理论》中给出的推导, 是没有奇异项的。由于上述工作数学上艰深复杂, 又无法用实验来证明何者正确, 学术界难以取得共识。这就是争论中的

“电磁场完备性问题”。1998年,任晓雨在其博士论文中指出,有关矩形腔电并矢 Green 函数的争论源于对  $\mathbf{L}$  函数的不同理解——人们一直未认识到  $\mathbf{L}$  和  $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{N}$  是物理意义不同的波函数( $\mathbf{L}$  满足的方程不是无源时电磁场的解,而另两个是);他认为  $\mathbf{L}$  函数只是一种数学工具。同年,任晓雨、宋文森等<sup>[21]</sup>提出不计入  $\mathbf{L}$  函数也许是正确的——虽然没有  $\mathbf{L}$  函数的电磁场本征函数系似不完备,但这可能正是电磁场本身的特性,即电磁波场在 Euclid 空间中本来就不完备?! 从物理意义上看,一种观点认为非奇异项(Tai 解答的主体部分)就是所需的物理场,奇异项则代表非物理场或“伪模”。宋文森则认为电磁场实际上包含了电磁波场(光子场)和描述带电粒子间相互作用的场(虚光子场),即不再忽略粒子性——这与笔者近年来的学术观点和研究工作相接近。……总之,人们从不同角度对现有理论表明了看法。

实际上 Born-Infeld 的电动力学正是基于一个不同的作用量积分对 Maxwell 理论作了修正——该积分在弱场时与 Maxwell 作用量一致,在强场情况下就不相同。Born-Infeld 的理论属于量子场论(或叫量子电动力学),而在 1964 年时 Dirac 认为量子场论的成功还“非常有限、不断陷入困难”。人们必定要考虑电磁场和波的量子化问题。在经典理论中,电磁场矢量的运动方程是 Maxwell 方程;在量子理论中,场矢量是作为算子来对待并受 Maxwell 方程支配。物理系统的状况由状态矢量代表。量子化系统描述中,Heisenberg 图象是把本征矢量看作描述不随时间变化的状态矢量时形成的基底矢量。Schrödinger 图象视状态矢量为时间函数,其运动方程则由 Schrödinger 方程规定。……虽然电磁波的量子化已不是新问题,量子电动力学也早已确立。但完全的量子化处理在理论上太复杂,故常用半经典法。

电子学家们发现,现在常把 Schrödinger 方程介入到宏观电磁问题(金属壁波导、介质波导、光纤等)中来。工程技术人员对这个方程不太熟悉,但正是它使经典电磁理论(以 Maxwell 方程组为基础)的弱点得到很大程度上的克服和解决。

即使就当前电子学家在处理工程技术问题时的理论工具而言,单纯依靠 Maxwell 方程组的时代也已经过去。人们还依靠 Schrödinger 方程、Klein - Gordon 方程、Dirac 方程等去处理复杂电磁系统。又如,对于微波回旋电子器件,动力学理论是靠 Maxwell 方程组和 Vlasov 方程,二者互相联系并构成自洽场问题。

## 6 传统电磁理论的深刻化和现代化

19 世纪末人们发现了电磁波,它在空间的传播呈现出能量和动量,H. Poincaré 在 1900 年的论文中曾作推导和阐述。在同一时期(1897 年)发现了电子,1924 年 de broglie 根据电子提出了物质波概念。但是,这种物质波仅为几率波,与电磁波很不一样。“光是电磁波的一种”是在 1865 年由 J. Maxwell 提出的,而 1905 年 A. Einstein 提出了光量子假说,“光既是波又是粒子”看起来顺理成章。然而,20 世纪 20 年代出现的量子力学(QM)表明,电磁波其实也是光子的几率波,宏观数量的光子把几率波实现为随时间变化的能量、动量分布。这是与电子的情况不同的——光子是玻色子(Boson),在某个电磁波模式上有大量的光子存在;但电子是费米子(Fermion),要服从 Pauli 不相容原理,在一个量子态只能有一个电子。……诸如此类的复杂情况都反映在对波粒二象性的讨论中。

波科学的发展是否只能走 QM 的道路? 例如在宏观层面的电磁波,是否可以通过对 Maxwell 方程组的深刻化和进一步引用现代数学方法,而实现理论上的提高甚至跃进? 这是科学家们在思考的问题。

2003 年宋文森<sup>[22]</sup>在《电磁波基本方程组》一书中指出:当年 Maxwell 推出的方程组(以及后来由 Hertz 整理的简化形式)实际上无法求解,只能对标量波方程求出某些特殊解。为了把数学基础从古典数学转为现代数学,使用矢量函数空间和矢量偏微分算子理论可从 Maxwell 方程组导出用两个标量函数表示的电磁波基本方程组;实际上是旋量场(电磁波的场)的方程组。这两个标量函数称为态函数,是反映电磁波群体特性的函数,不是单个光量子的态函数。方程组形式为(在域内):

$$\nabla^2 \varphi_m + k^2 \varphi_m = -\rho_m \quad (27)$$

$$\nabla^2 \varphi_n + k^2 \varphi_n = -\rho_n \quad (28)$$

对简谐波  $e^{j\omega t}$  有:

$$\begin{aligned} \rho_m &= j\omega\mu_0 \mathbf{i}_z \cdot \nabla \times \mathbf{J} \\ \rho_n &= j\omega\mu_0 \mathbf{i}_z \cdot k^{-1} (\nabla \times \nabla \times \mathbf{J}) \end{aligned}$$

在边界上

$$\mathbf{i}_n \times \{ \nabla \times \varphi_m \mathbf{i}_z + k^{-1} (\nabla \times \nabla \times \varphi_n \mathbf{i}_z) \} = 0$$

可以证明这方程组的解与旋量场算子方程在旋量场空间中的解等价。

其实,波理论即使在宏观的情况下也是不完善的;那种没有轨迹、没有加速度、在不断增大的体积中连续分布的物质运动图景,直到现在并不为人们所理

解;但是它又是物质运动中确实存在的事实。波理论的核心就是波函数空间的理论,这是一种与 Newton 的时空概念不完全相同的概念。在连续函数空间的数学模型中,只有在这一空间中建立“元素”(波函数或基函数)的过程中,才直接与 Euclid 空间的元素的坐标发生关系。此后的所有运算不是在 Euclid 空间的元素(坐标点)上而是在波函数空间的元素(基函数系)上,不是按照 Euclid 空间的运算规则进行的。虽然 Newton 的经典数学理论中也解决了连续的概念问题,但是在 Euclid 空间中不仅允许函数及其导数存在不连续,或者说在一般情况下, Euclid 空间中的运算常会出现各种不连续所造成的奇性,而波函数空间中不可能有任何奇性出现,因为在波函数空间中 Euclid 空间中的点不再是一个有直接意义的量,所以对于空间点奇性也变得没有意义。

## 7 光子静质量不为零时的电磁场方程组

在大学里,一般无人怀疑 Maxwell 电磁理论的正确性和应用的广泛性。然而正是因为 Maxwell 理论解释不了光电效应, Einstein 才提出光子假说并取得成功。但是人们对光子的理解又不能脱离 Maxwell 理论——这就形成了一种逻辑循环或悖论。光子场(自由电磁场)是用 Maxwell 波方程描写的,而光子学说的出现则是由于 Maxwell 理论在光电效应面前一败涂地。

另一个例子是,在自然界中的波动(如田野里的麦浪、水面上的波浪)只是一种物质运动的表象,而不是物质本身。对电磁波来说,它是不是一种物质?如果说“不是”,那么与电磁波对应的光子是不是物质? 1923年 A.Compton 的粒子碰撞实验,证明光子和电子一样都是物质实体,具有正实数的动质量。又证明在微观粒子的单个碰撞事件中动量守恒和能量守恒保持正确。用波粒二象性描述方式,电子对应的波动是“物质波”或“几率波”;那么光子对应什么波?通常认为是经典电磁波,但这个波不是几率波。那么可否对光子摒弃几率波概念?可是在双光子纠缠分析中还用得到这一概念。诸如此类的矛盾和问题困扰着物理学家;他们把目光从经典物理移开,投向了量子物理学,其实是很自然的。

1926年出现的量子力学波方程(Schrödinger 方程, SE)给我们很大的启示:

$$\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + j\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} - U\Psi = 0 \quad (29)$$

式中  $\Psi = \Psi(\mathbf{r}, t)$  是波函数,  $\mathbf{r}$  是位置矢量,  $\hbar = h/2\pi$  是

归一化 Planck 常数,  $m$  是粒子质量,  $U = U(\mathbf{r}, t)$  是粒子在力场中的势能。这个式子包含波粒二象性的两个方面,一是  $\left[ \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \right]$  代表粒子的动能算符,二是  $\left[ j\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} \right]$  反映波动过程。众所周知, SE 描写电子的运动非常成功。由于 SE 对光纤分析的重要性,说明它描写光子运动也很成功。

然而前述的经典电磁波的波方程,只反映波动性,不反映粒子性,其方程中没有粒子质量  $m$ 。下面将述及的 Proca 电磁场方程组和 Proca 电磁波方程,正是在这个问题上弥补了原有的缺陷。

粒子物理学通常假定 Lorentz- Einstein 质速公式为真<sup>[17,18]</sup>:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (30)$$

式中  $v$  是粒子速度,  $c$  是光速,  $m_0$  是  $v=0$  时的静止质量(rest mass)。物理学教科书从未说过上式不适用于光子,因此人们不妨一试。但是,对光子而言两个关系式同时成立( $m_0=0, v=c$ ),故其运动质量  $m=0/0$ , 是不定式;光子质量  $m$  成为任意大小,这完全说不通。问题只能出在以下三方面:①质速公式不对;②光子静质量不是零;③光子运动速度不是光速  $c$ 。显然这三者任何一个成立都与狭义相对论(SR)不符。然而,很早就有人怀疑光子可能有非常小的静质量,并循此展开研究。

现在把讨论引向深入;由上式,可得

$$v = c \sqrt{1 - m_0^2/m^2} \quad (30a)$$

根据 Einstein 的光子假说,光辐射即大量光子(每个光子携带能量  $hf$ )的集合,单个光子的(运动)质量为

$$m = \frac{hf}{c^2} \quad (31)$$

式中  $h$  为 Planck 常数;代入前式后得

$$v = c \sqrt{1 - m_0^2 c^2 / \hbar^2 f^2} \quad (32)$$

上式指出,粒子速度取决于静质量  $m_0$  和频率  $f$ ;如果  $f$  已指定,那么  $v$  由  $m_0$  决定;故光子可能有三种情形:

①  $m_0 \neq 0$ , 但为实数;这时  $v < c$ , 粒子以亚光速运动。

②  $m_0 = 0$ , 则  $v = c$ , 粒子以光速运动。

③  $m_0 \neq 0$ , 但为虚数( $m_0 = j\mu$ );则  $v > c$ , 粒子以超光速运动。

传统电磁理论选择了情况②。

在粒子物理学中,设粒子静止时具有能量  $E_0$ , 运动

时获得的动能为 $E_k$ 。则总能量为 $E=E_0+E_k$ ,故有 $E_k=E-E_0$ ;取粒子动量 $p=mv$ ,则在承认 Lorentz - Einstein 质速方程时可证明:

$$E_k = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} - m_0 c^2 \quad (33)$$

故可得

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left( \frac{m_0 c^2}{m_0 c^2 + E_k} \right)^2} \quad (34)$$

这是一个被物理学界普遍接受的 $v/c$ 比值公式。由上式知:当 $E_k=0, v/c=0$ ;当 $E_k$ 增加, $v/c$ 将增大;当 $E_k \rightarrow \infty, v/c$ 达到最大值(1)。这样的分析,一方面用来说明粒子运动速度最大只能是光速,有时还用来说明SR并不要求光子 $m_0=0$ ——即使光子静质量不为零,似乎没有关系,只是速度取决于动能 $E_k$ 而已。

另一种观点是需要考虑的,是认为SR的第二公设(光速不变原理)决定了不会有光子的静止系,故光子静质量 $m_0=0$ 。这个观点如成立,那么说“SR不需要光子静质量为零的假设”,就不合适了。……总之,现有的物理理论充满矛盾,是不争的事实。

既然出现悖论,可以通过实验来研究这个课题<sup>[23]</sup>。多年来有许多实验结果,例如,1940年 de Broglie 用双星观测方法, $m_0 \leq 8 \times 10^{-40} \text{g}$ ;1969年, G. Feinberg 利用脉冲星光进行观测, $m_0 \leq 10^{-44} \text{g}$ ;1975年 L. Davies 等利用木星磁场进行观测,结果为 $m_0 \leq 7 \times 10^{-49} \text{g}$ ;等等。另有许多研究者利用对 Coulomb 定律的检验来求光子的静质量,结果为 $m_0 \leq 3.4 \times 10^{-44} \text{g}, 3 \times 10^{-46} \text{g}, 1.6 \times 10^{-47} \text{g}$ ,等。还有一些人从 Ampere 定律出发做实验,得到的结果有 $2 \times 10^{-47} \text{g}, 8 \times 10^{-48} \text{g}, 4 \times 10^{-48} \text{g}$ ,等。进入21世纪以后,科学家仍在设计实验以求测量光子的静质量,例如《Phys. Rev. Lett.》杂志于2003年刊登了中国学者罗俊等<sup>[12]</sup>的文章,报道他们用精密扭秤方法的检测结果是 $m_0 \leq 10^{-48} \text{g}$ 。后来罗俊给出以下测量数据:1998年 Lakes 用静态扭秤实验得到 $m_0 \leq 2 \times 10^{-50} \text{g}$ ;2003年 Luo<sup>[24]</sup>等用动态扭秤调制实验得到 $m_0 \leq 1.2 \times 10^{-51} \text{g}$ ;2006年 Tu 等用改进的动态扭秤调制实验得到 $m_0 \leq 1.5 \times 10^{-52} \text{g}$ 。……所有这些数据均为光子静质量上限;但罗俊说:“总有一天能观测到光子静止质量,而不是其上限”。……顺便指出,2005年笔者曾参观华中科技大学由罗俊团队建立的位于山洞中的光子静质量测量系统,产生了深刻的印象。几年后,罗俊教授晋升为中国科学院院士。

1936年, A. Proca<sup>[11]</sup>在假定光子静质量 $m_0 \neq 0$ 的条件下,推导出与 Maxwell 方程组不完全相同的方程组。但是, Proca 电磁场方程组并不是对 Maxwell 方程组的全盘否定,而是前者比后者更全面。或者说, Proca 方程组的

出现揭示了 Maxwell 方程组的近似性。Proca 说,数学上的变分原理和物理上的量子电动力学(QED)思维导致下述的方程组成立:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho - \kappa^2 \varepsilon \Phi \quad (35)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (36)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} - \frac{\kappa^2}{\mu} \mathbf{A} \quad (37)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (38)$$

可见,与 Maxwell 方程组相比, Proca 方程组中只有两个公式变了,另外两个没有变化。在以上公式中,  $\mathbf{A}$  是磁矢势,  $\Phi$  是电标势。系数  $\kappa$  为

$$\kappa = \frac{m_0 c}{\hbar} \quad (39)$$

因此  $\kappa$  是与  $m_0$  成正比的系数,笔者称之为 Proca 常数。如果光子无静质量( $m_0=0$ ),则立即得到人们熟悉的 Maxwell 方程组。

Proca 方程组并非仅有形式上的不同,它带来了物理思想的变化。例如,我们知道,电磁场方程组在规范变换下的不变性称为规范不变性,这种变换形成局部规范群  $U(1)$ ,意思是代表变换的矩阵是一维的,即在  $U(1)$  下场方程的不变性。在 Maxwell 场方程的 Lagrange 理论中,用电磁场的 Lagrange 密度这样的量,对场变量变分即得到 Maxwell 方程。如放弃  $U(1)$  规范不变性, Lagrange 量需要修改——增加一个与  $m_0$  有关的项,由此进行推导就得到 Proca 方程组。这时,矢势  $\mathbf{A}$  和标量  $\Phi$  直接出现在方程组中,规范变换失去了意义,规范不变性受破坏。

可以证明,在使用 Proca 方程组的情况下,电磁波的相速、群速为

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{1 - \left( \frac{\kappa c}{\omega} \right)^2}} \quad (40)$$

$$v_g = c \sqrt{1 - \left( \frac{\kappa c}{\omega} \right)^2} \quad (41)$$

令

$$\omega_c = \kappa c = \frac{m_0 c^2}{\hbar} \quad (42)$$

$\omega_c$  称为截止角频率,其意义将在后面说明;故得

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{1 - \left( \frac{\omega_c}{\omega} \right)^2}} \quad (40a)$$



$$v_g = c \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}$$

令  $p = \omega / \omega_c, q = p / \sqrt{p^2 - 1}$ , 得

$$v_p = qc \tag{40b}$$

$$v_g = \frac{c}{q} \tag{41b}$$

故有

$$v_p v_g = c^2 \tag{43}$$

因此在 Proca 方程有效时,相速与群速之积为恒定值( $c^2$ )。

可见,在截止点( $\omega = \omega_c, p = 1$ )时,  $v_p = \infty, v_g = 0$ ;当频率增高,波速很快地向  $c$  值靠近;例如,当  $p = 10$ , 计算得到  $q = 1.005, 1/q = 0.995$ , 与 1 的差别只有 0.5%。实际上,  $p$  的值比 10 要大很多(例如  $p = 10^6 \sim 10^{10}$ ), 故可知  $v_p, v_g$  与  $c$  值是非常接近的。从理论上讲,在真空条件下  $v_p, v_g$  与  $\omega$  有关,呈现真空中电磁波速的色散效应;只有  $\omega \rightarrow \infty$  时,真空中相速、群速才与  $c$  取得一致。显然,“真空中光速不变原理”已失去意义。……因此我们现在已经证明,认为光子静止质量不为零的理论是与狭义相对论不相容的物理理论。

另外,在真空条件下(即在完全的自由空间传播条件下),Maxwell 理论表示  $v_p = v_g = c$ ;而 Proca 理论则说,  $v_p > c$ (超光速),  $v_g < c$ (亚光速)。故两个不同的理论体系的认知有很大差别。……总之,从表面上看仅为对 Maxwell 方程组的微小修正,竟演变为动摇物理学基础理论之一的相对论的重大问题。然而 Proca 理论与量子电动力学保持一致。这似乎也证明了笔者一直持有的观点,即量子理论与相对论在根本上不相容。

Proca 理论或可看成 QED 介入到传统电磁理论中时产生的影响,它还带来其他的一些“反常”现象。例如,传统电磁波的横波性质受到破坏。众所周知,在传统理论中不能由给定的  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{B}$  完全确定  $\mathbf{A}$  和  $\Phi$ , 故 H.Lorentz 曾引入下述关系式

$$\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0 \tag{44}$$

这是 Lorentz 规范,特点是  $\nabla \cdot \mathbf{A} \neq 0$ ;规范变换如不成立,则有

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{A} = 0 \tag{45}$$

式中  $\mathbf{k}$  是波矢量,故  $\mathbf{A}$  与波传播方向垂直,即电磁波是横波。或者说,光子的极化方向与  $\mathbf{k}$  垂直(只有横向极化),对应  $\mathbf{A}$  的 3 个分量中只有 2 个独立的偏振态。

如果  $m_0 \neq 0$ ,规范变换受破坏, $\mathbf{A}$  的独立偏振态数为

3,故出现了纵波。光波将像声波一样会产生纵向振动,即存在纵光子。这就使我们对光子的认识更趋复杂化。

Proca 理论对现行静电场理论也有影响。Proca 方程在真空中的平面波解可写作

$$\Psi = \Psi_0 e^{j(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \tag{46}$$

式中的  $\Psi$  可以为  $\mathbf{E}$  或  $\mathbf{H}$ ;现在可以证明:

$$k^2 = k_0^2 - \kappa^2 \tag{47}$$

式中  $k_0 = \omega/c$ ;对静电场取  $\omega = 0$ ,故有

$$k = -j\kappa \tag{48}$$

这就出现了消失波状态,场强按  $e^{-\kappa r}$  规律呈指数下降。造成的影响是,静电场中点电荷的势将随距离呈现指数衰减,故 Coulomb 定律中的“平方反比规律”受到破坏,两个点电荷之间的作用力将为

$$F \propto r^{-n} \quad (n > 2) \tag{49}$$

尽管  $n$  与 2 很接近,静电场的 Coulomb 定律需要修改。

Proca 理论的处境,有人排斥、有人赞同。1999 年 V. Majernik<sup>[25]</sup>讨论了经典电磁场的复四元数代数分析方法,其中不仅考虑了 Proca 方程,而且考虑了 T.Oh-mara 1956 年提出的方程,并在理论中计入了如果磁单极子(magnetic monopoles)存在对理论产生的影响。又如,2001 年 S.Kruglov<sup>[26]</sup>论述了广义 Maxwell 方程组(generalized Maxwell equations)及其求解方法,所推导的广义 Maxwell 方程组包括了 Proca 方程组。2004 年 S.Kruglov<sup>[27]</sup>讨论了 Proca 方程的平方根,从而得到自旋 3/2 的场方程;文章涉及了超光速、负能量、超引力等问题。这些工作不但回答了“Maxwell 方程组是否存在不精确性”这样的问题,而且扩展了我们对光子的认识。

表 1 给出了两大理论体系的比较;其中的“本质性评价”为笔者的个人观点,仅供参考。

表 1 两大理论体系之比较

	Maxwell 电磁理论	Proca 重光子理论
光子的静止质量	$m_0 = 0$	$m_0 \neq 0$
矢势的独立偏振态数	2	3
波的特征	横波	横波、纵波
规范变换	是规范场	规范不变性破坏
真空中光速值	$c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$	$\omega \rightarrow \infty$ 时 $c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$
光速不变原理	遵守	不遵守
对静态场 Coulomb 定律的态度	承认	部分承认
本质性的评价	有很大贡献;但有悖论及与物理实际不符处	较全面、较与实际相符

## 8 Proca电磁波方程的推导;

怎样认识光子与电磁波的关系? 这问题看来简单, 实际上并不容易回答。笔者的审慎态度是这样表述的——通常认为光子对应的波动为电磁波; 但如认定光子是微观粒子的一种, 则它应当有几率波性质。然而现时并没有光子的几率波方程; 也就难于为光子定义波函数。

那么该如何看待光子的波函数(wave function)和波方程(wave equation)? 笔者的回答是——有一种看法认为自由态光子的波函数就是平面电磁波的波函数。与此相应, Maxwell电磁波方程就是自由态光子的波方程。……但这仅为一种简单化的看法, 并未提供呈现光子物理形象的动力学。光子波方程的问题仍需研究。

我们还认为“光子无静质量假说”造成了理论自洽性的缺失。对有质(量)光子, 可用1936年提出的Proca方程组取代Maxwell方程组。我们推导了新的电磁波和光子的波方程, 称为Proca波方程(PWE)。在PWE中有包含粒子质量参数( $m$ )的项, 这与Schrödinger波方程、Dirac波方程一致。这就使理论关系改善, 而有质(量)光子与点粒子划清了界限。

笔者的上述认识来自三方面; 首先, 前已述及, SR关于光子无静质量的观点并不能自圆其说。其次, 接受光子有静质量观点的科学家越来越多, 并非仅有中国物理学家罗俊院士持这种看法。举例来说, 美国物理学家R.Lakes<sup>[28]</sup>一直对光子静质量问题作理论和实验研究, 他曾肯定地说“the photon is massive!”最后, 科学理论总是要追求严格和完善; 如果你有一个光子有静质量条件下适用的理论, 而你又想知道“如果光子无静质量会怎样”, 那你只需对严格方程取 $m_0=0$ 就立即得到想要的结果。

为了方便, 我们称Maxwell波方程为MWE, Proca波方程为PWE。正如从Maxwell方程组出发很容易导出MWE一样, 从Proca方程组出发也很容易导出PWE。但不知何故, Proca没有做这个工作。2019年黄志洵<sup>[29]</sup>推导了PWE, 弥补了这个缺陷; 但当时由于粗心发生了一处错误, 造成结果的不对称。王令隽教授指出了这一点, 我们遂在2021年出版的书中纠正了这一错误<sup>[30]</sup>。以下的推导, 当然按照正确的叙事。

前面已给出由公式(35)、(36)、(37)、(38)组成的方程组; 对式(38)两边取旋度:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\nabla \times \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{H})$$

把(37)式代入, 有

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho \mathbf{v} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \frac{\kappa^2}{\mu} \mathbf{A} \right]$$

也就是

$$\nabla \nabla \cdot \mathbf{E} - \nabla^2 \mathbf{E} = -\varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \mu \frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{v}) + \kappa^2 \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$$

整理之, 得到

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \nabla \nabla \cdot \mathbf{E} + \mu \frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{v}) - \kappa^2 \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$$

由公式(35)可有

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} - \kappa^2 \Phi \quad (35a)$$

代入后得

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \nabla \left( \frac{\rho}{\varepsilon} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{v}) - \kappa^2 \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \kappa^2 \nabla \Phi$$

对于无电荷的自由空间, 取 $\rho=0$ , 故得

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \kappa^2 \left( \nabla \Phi + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = 0$$

由于Lorentz规范,  $\mathbf{E} = -(\nabla \Phi + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t})$ , 故可得

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \kappa^2 \mathbf{E} = 0 \quad (50)$$

这是以电场强度矢量 $\mathbf{E}$ 表示的PWE, 但等式左方比经典电磁波方程多了一项。

现在推导用磁场强度矢量 $\mathbf{H}$ 表示的Proca电磁波方程; 从式(37)出发, 对公式两边取旋度:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{J} + \nabla \times \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} - \frac{\kappa^2}{\mu} (\nabla \times \mathbf{A})$$

然而

$$\nabla \times \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{E}) = -\varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2}$$

故有

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{J} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} - \frac{\kappa^2}{\mu} (\nabla \times \mathbf{A})$$

也就是

$$\nabla \nabla \cdot \mathbf{H} - \nabla^2 \mathbf{H} = \nabla \times (\rho \mathbf{v}) - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} - \frac{\kappa^2}{\mu} \mathbf{B}$$

考虑到式(36),  $\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$ , 故在自由空间( $\rho=0$ )有

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} - \kappa^2 \mathbf{H} = 0 \quad (51)$$

这是以磁场强度矢量 $\mathbf{H}$ 表示的PWE; 公式(50)和(51)是本文的主要结果, 它们是对称的! 若 $m_0=0$ , Proca波方程退回到Maxwell波方程。

必须指出,PWE的应用是一个重要而有趣的课题,限于篇幅本文不再讨论。

## 9 试论 Maxwell 方程组与相对论的关系

这是一个大题目,我们尝试从两个方向,即从 Maxwell 方程组(ME)的角度,以及从相对论(SR、GR)的角度,客观、认真、严肃地分析。先看这两个理论体系的自身,究竟是否正确、可靠而完备?能否经得起一些尖锐的质疑?

经典电磁理论体系,追根溯源,它一方面来自古希腊哲学家奠定的形式逻辑体系(这突出地体现在 Euclid 几何学中);另一方面又来自在欧洲文艺复兴时期的“通过系统性实验发现事物的因果关系”这一卓越思想。经典电磁理论体系的发展,其基础是由微分、微分方程论、矢量代数等构成的古典数学;到 20 世纪末叶,即在经典电磁理论遇到求解困难之后,科学家又提出解决 Maxwell 方程组的自洽解的方法——在 Euclid 空间中加一个中间性公理,即矢量偏微分算子空间的数学方法。另一个基础是由 Kepler、Galilei 构建的自然科学实验研究框架,由此使经典电磁理论获得了如同 Newton 力学体系一样的牢固地位。……不过,笔者认为还有第三个方面,即在重视场与波这种物质运动形式时,要加入粒子性的考虑。例如对光子静质量的研究以及 Proca 理论系统重新获得重视。在这种情形下,可以充分彰显整个经典电磁理论的哲学意义。

作为哲学思维方法之一的辩证法教导我们,必须重视自然界的不同现象之间的内在联系。Maxwell 波方程导致对光的本质有了深刻认识——光就是电磁波的一种;这个发现迅速拉近了电磁学与光学之间的距离。然而真空中光速  $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ ,这个关系式又赋予真空一种电磁特性。当然真空还有其他特性(极化、相变等),这促使人们惊讶地认识到,真空可以看成一种媒质,它是很复杂的,不使用量子理论就不清楚<sup>[31]</sup>。

Maxwell 曾说<sup>[32]</sup>:“应当了解物理相似性的存在,即某两个学科之间在定律上的局部类似。”因此他用不可压缩流体的流线类比于 Faraday 力线。在他看来,电磁学中的 **E** 和 **H** 相当于流体中的力,**D** 和 **B** 相当于流体的流量。

与此类似,当代空气动力学家竟然建立了以声速代替光速的相对论公式。2006 年杨新铁<sup>[33]</sup>指出,科学

家用流体力学推导电磁场方程,期望对电磁场方程的改进提供更物质化的推导。可以证明,流体同样有与 Maxwell 方程组类似的表达形式,他称为“连续介质力学方程组”,在其中也会有表示物质运动的比值  $\beta=v/c$  在起作用,但在这里  $c$  不是光速而是声速。确实,空气动力学的进步已克服了  $\beta=1$  的奇点所带来的激波(shock waves)的影响<sup>[34]</sup>,于 1947 年实现了使飞机以超声速飞行。因此,在理论上造成超光速运动变换也是可能性也是合理的。据此,杨新铁提出在改进高能物理加速器上寻找超光速粒子的建议;后来又努力争取加速器专家的支持<sup>[35]</sup>。因此,从一个经典电磁场理论的完备性课题出发,会引出许多不同学科的交叉及融合,绝非一篇文章所能尽述。

现在看一下另一套理论体系,即相对论力学。长期以来,相对论在物理界被赋予《圣经》般的地位。任何新理论如与相对论不一致,便立即失去被吸纳入人类知识体系的资格。一方面,与相对论不同的论文常被物理学刊物拒收;另一方面,一些物理学家又指责说:“你的论文为什么不在物理学刊物上发表?”……神化 Einstein 本人及他的理论(相对论)的作法由来已久,但并不能阻止科学家们(物理学家、天文学家、航天专家、电子学家等)对相对论提出批评,指出其逻辑不自洽(甚至荒谬)之处。由于笔者已发表过两篇长文<sup>[36,37]</sup>,这里我们介绍另一些专家的观点。

英国 Nottingham 大学教授马青平曾出版两本批评 SR 的书——中文的《相对论逻辑自洽性探疑》<sup>[38]</sup>(462 页),英文的《The Theory of Relativity》<sup>[39]</sup>(503 页)。在这两本共计 965 页的书中,充满了对 SR 的尖锐批判,详细指出 Einstein 错在什么地方。例如他指出:如果 SR 拒绝通讯交流来验证双生子的时钟,那么相对论就成为彻底的江湖伪科学;因为,这种 SR 要求的时钟变慢永远得不到验证,你自己的时钟不变,而对方的时钟只能推测(怎样观察高速飞行的飞船中的时钟?)。如果你让飞船飞回来,他又说你改变了匀速飞行的条件(虽然实验证明  $\mu$  子的寿命只受速度影响而不受加速度的影响)。因此,对待相对论的态度,应该采取的 Galileo 以来的实验科学方法。Einstein 声称的相对性从未得到证实。”

又如,天体物理及粒子物理学家李惕培院士对 GR 的批评<sup>[37]</sup>。他说,Einstein 的问题在于把描写引力场弯曲细节的 GR 方程当作是引力规律的表达,造成用引力现象的几何描述代替对引力规律的探寻。把物理流形的弯曲归结为时空弯曲,把缺少运动质量引

力规律的场方程冒称为引力方程。GR就是这样创立的。后来, Penrose等证明GR必然导致黑洞奇点和爆炸奇点的存在;然而这既是非物理的又是反理性的。……李惕碛说, GR理论中因果关系颠倒, 逻辑自洽性缺乏, 实际上是坚持引力特殊的“引力霸权”。这样的东西竟在百多年里奉为西方科学的最高成就, 十分令人惊奇!

笔者在文献[36]中指出, 狭义相对论(SR)与量子力学(QM)之间有严重的矛盾冲突。[37]将量子力学大辩论的情况加以整理, 列为表格。可以看出, 相对论中局域描述方式与QM中粒子波动性不相容, 与QM中允许粒子转化也不相容。在粒子物理学中, 非相对论QM是逻辑自洽的单粒子理论, 然而所谓相对论性QM的前提在逻辑上是不自洽的, 难于像SE那样作为单粒子运动方程。

可以说, 从SR到GR, Einstein的根本错误在于时空观不正确。例如, 他认为时间、空间不能分别独立地存在, 而必须合起来成为spacetime; 又强行把每个行星都有的弯曲位形空间说成是弯曲的spacetime。正如李惕碛院士所说, 质量按线性规律产生引力势, 而GR却用Riemann几何来表述引力规律, 从而使Einstein落入由非线性张量分析织成的陷阱中。Einstein并不了解运动质量的引力规律, 算不出引力场, 便把引力场表现复杂性转给时空背景, 把物理困难甩给了数学家。宇宙非常均匀平坦, 是存在绝对时间的惯性系, 即Galileo空间。但GR却用弯曲时空陷阱处理宇宙, 并赋予一个反理性的大爆炸起源和引力波等等, 造成了天文学、物理学中的思想混乱。

那么, 26岁的青年Einstein的成名作——论文“论动体的电动力学”<sup>[40]</sup>, 与经典电磁理论(ME)又有怎样的关系呢? 一个根本性问题是, ME服从Galileo变换(GT)不变性, 还是服从Lorentz变换(LT)不变性? 早在2014年, 梅晓春<sup>[41]</sup>在国外物理学刊物上发表论文, 题为“在微观粒子相互作用理论中不存在LT不变性的证明”。2022年, 梅晓春<sup>[42]</sup>发表另一论文, 指出Einstein文章中有一个过去人们不曾注意的问题, 即杜撰了电磁场相对论变换(我们简称为RT), 其公式为:

$$\begin{aligned} E'_x(x') &= E_x(x) \\ E'_y(x') &= \frac{E_y(x) - vB_z(x)/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ E'_z(x') &= \frac{E_z(x) + vB_y(x)/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B'_x(x') &= B(x) \\ B'_y(x') &= \frac{B_y(x) + vE_z(x)/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ B'_z(x') &= \frac{B_z(x) - vE_y(x)/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \end{aligned} \quad (52)$$

这些公式的成立并未给出证明, 这是Einstein为表示自己与40年前Maxwell理论一致, 而强行写出的。那么现在如何证明这些公式不能成立? 梅晓春假定真空中有1个带电量为 $q$ 的粒子作匀速直线运动; 可以比较Lorentz变换产生的电磁场, 与按照RT得出的电磁场, 结果二者不同! ……从其他几个方面作论述, 也证明经典电磁理论没有相对性。对照文献[41]所讲的, 例如量子力学及量子场论中许多公式, 都没有LT变换不变性。因此, 无论宏观世界还是微观世界, 相对性原理均不成立。

另外, 在2022年初, 季国富<sup>[42]</sup>提出一篇论文, 题为“论Maxwell方程组在Galileo变换下协变”。此文通过对电磁波方程的分析推导来证明, 在不同的惯性系下, 波方程是按Galileo变换式协变的。此文可以作为参考。

尽管有了以上的多位专家学者的分析, 但由于ME与相对论究竟有无矛盾, 是一个大问题。Maxwell创立ME比SR问世早40年, 他当然不知道以后会出现一个Einstein, 更想不到自20世纪以来据说任何物理理论都要服从相对论的要求……当然, 把Einstein当上帝、把相对论当圣经, 十分令人反感; 但我们能否说, ME服从Galileo变换不变性, 而不服从LT不变性呢? ……就此事我询问一位国际知名的物理学家——美国田纳西州立大学王令隽教授; 他于2022年6月7日在电子邮件中提出了精辟的回答:

“Maxwell方程符合Lorentz变换, 是以相对论的成立为前提的。狭义相对论提出电场和磁场在不同的坐标系里的变换公式, 这个变换公式是以相对论中的不同坐标系里的力的变换公式为基础的, 而电场强度只不过是单位电荷所受的力。磁场强度也类此。所以, 如果相对论不成立, 相对论的场强变换也就不成立, 因此ME也就不符合LT。人们希望用ME的Lorentz协变性来证明相对论的正确性, 借用Maxwell电磁场理论的伟大成就为相对论“背书”, 玩的是逻辑循环的把戏: 根据相对论场强变换公式使ME符合LT, 反过来用ME符合LT来证明相对论的正确。相对论的诸多逻辑矛盾和基本大前提(包括光速不变原

理)已经证明相对论是不可能成立的理论,其逻辑循环也就不攻自破。

即使我们退一万步,承认根据相对论的场强变换公式能使 ME 服从 LT,也不能把 Lorentz 协变性当作普适的物理规律。某方程符合某种协变性,只不过是该方程的一个数学特征,不能因此就把它当作铁律,要求所有的物理理论都符合 Lorentz 协变性。

实际上,所有这些数学物理方程,除了波动方程有可能服从 Lorentz 协变性以外,没有一个方程服从 Lorentz 协变性。波动方程里面也只有真空中的电磁场波动方程服从,媒质中的电磁波动方程就不服从。声波的波动方程也不服从 Lorentz 协变性。所以 Lorentz 协变性只是描述大自然中各种现象的诸多方程式中的某一特定方程的一个数学特性,没有理由把它当作一切物理理论的普适规律,当作大自然的铁律。

即使在相对论里面,Lorentz 协变性也不是普遍遵守的,广义相对论就不遵守。相对论者可能诡辩说,广义相对论遵守的是不同坐标下的张量协变性,也是一种对称性。殊不知,广义相对论是直接违背光速不变原理的,而光速不变原理是 Lorentz 协变性的关键和灵魂。广义相对论违背光速不变原理,当然也就违背 Lorentz 协变性”。

王教授的论述,既深刻又易懂,不需要再作解释。根据以上所述,笔者认为以 ME 为核心的经典电磁理论,其正确性来自实验所呈现出的自然规律。它不需要相对论的“支持”或“批准”。其实是相对论者(包括 Einstein 本人)要从 ME 那里“借光”,以便加强自己对相对论的信心。

本文参考文献表中的[20]及[21],是著名电磁理论专家宋文森的优秀著作。宋教授在他那漫长的学术生涯中,从未感觉到相对论对自己的研究有什么重要性。相反,他认为相对论矛盾百出,缺乏说服力。曾有一位物理家在文章中说,相对论是他“评价一切理论的标准”;对此,宋文森针锋相对地指出:“大自然才是科学家评判一切的标准,只靠信仰是得不到真理的!”

## 10 试论 Maxwell 方程组与相对论的关系(续)

现在我们介绍中国科学家王中林不久前提出的“扩展式 Maxwell 方程组(以下简称 WE),并对标准的 ME 与 SR 的关系作进一步的深入讨论。

有报道说<sup>[43]</sup>:“2022年1月13日,中国科学院北京纳米能源与系统研究所召开重大科研进展新闻发布会,由研究所所长、首席科学家王中林院士公布近期取得的重大科研成果:将 Maxwell 方程组基于静态电磁场理论推广到运动介质情形,成功拓展 Maxwell 方程组的运用范围,奠定了运动介质电动力学的理论基础。消息一经发出,引发物理学界热议,出现了很多质疑声音。”……

在一篇文章中,王中林<sup>[44]</sup>说:

“在 Maxwell 方程组中,有一个电位移矢量  $\mathbf{D}$ ,而  $\mathbf{D}=\epsilon_0\mathbf{E}+\mathbf{P}$ , $\mathbf{P}$  代表极化场密度。必须指出的是,ME 公式成立的条件是介质的体积、表面及空间分布是不随时间变化的固定量。

一般来说,当存在电场  $\mathbf{E}$  时,介质将被极化。对于各向同性的电介质, $\mathbf{P}$  表示为  $\mathbf{P}=(\epsilon-\epsilon_0)\mathbf{E}$ ,这是电场诱导介质极化的结果。如果  $\mathbf{E}=0$ , $\mathbf{P}$  消失,则  $\mathbf{D}=\epsilon\mathbf{E}$ ,这意味着如果没有电场,则没有位移电流,或者如果没有外部电场,则没有极化。这是电磁波的一般情况,之前所有的理论和应用都是针对这种情况开发的。而纳米发电机是由在表面产生应变感应静电荷的电介质、具有自由电荷分布  $\rho$  的电极和跨外部负载的互连导线制成,该导线承载自由流动的电流( $\mathbf{J}$ )。一旦机械扰动作用在介质上(例如,TEG),其静电荷的分布和或配置以及介质形状将随时间变化,从而引起介质极化场的变化。因此,必须在位移矢量  $\mathbf{D}$  中引入额外的极化项  $\mathbf{P}_s$ ,以便来解释这种介质极化电荷。”

在另一篇文章中,王中林<sup>[45]</sup>说:他的扩展 Maxwell 方程组(Expanded Maxwell's equations of moving charged stationary media)——

$$\nabla \cdot \mathbf{D}' = \rho_f - \nabla \cdot \mathbf{P}_s \quad (53)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (54)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla\right)\mathbf{B} \quad (55)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_f + \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla\right)(\mathbf{P}_s + \mathbf{D}') \quad (56)$$

WE 的提出,在中国学术界引发了较热烈的讨论。

有一种说法是,运动介质电动力学已在 1905 年由 Einstein 解决了;电磁场运动是相对论的;必须满足 LT,而非 GT。王中林做错了事,可以先读 Landau 的著作。总之,破坏了相对性原理就不可能正确。也有人说,自己“一眼望去”,就知道 WE 有问题,因为由 ME 作 GT 即可得 WE,WE 破坏了电磁场的相对论性。……等等。

这些意见貌似有理,却有很大的片面性。因此,仍有必要进一步探讨ME与相对论(主要是SR)的关系。必须指出,不久前有一位物理学家在互联网上发表了尖锐批评相对论的文章,但同时也表达了有关物理规律的协变性的观点。他说:

——“Newton力学的所有定律可以在Galileo变换(GT)下保持不变,即有Galileo协变性。但Maxwell方程组(ME)不具有Galileo协变性,它满足的是Lorentz变换(LT)。”

——“Newton力学与Galileo相对性原理配合很好,电磁学原理与Galileo相对性原理不匹配。”

——“ME在GT下不具有协变性。”

——“GT所描述的质点系统比LT的电荷系统条件更苛刻。”

——“LT仅适合于电磁学系统,Einstein想当然地移植于力学系统”。

如此等等。因此,这位学者虽然反对相对论,却主张“ME与LT协变”。所以,下述问题就成了根本性的——ME服从Galileo变换(GT)不变性,还是服从Lorentz变换(LT)不变性?

我们认为许多专家学者是由于不清楚物理学的历史,并且孤立地看问题,在认识上走进了误区。马青平教授对此有清醒的认识,他说:

“Maxwell方程组(ME)是否服从Galileo变换不变性这个问题,在了解了有关ME、Lorentz变换(LT)和狭义相对论的历史背景后,就比较清楚了。Maxwell基于电磁相互作用需要媒质提出了他的电磁理论,而电磁相互作用的媒质通常被称为以太。在Maxwell自己的理论中,像任何需要介质的物理现象(例如机械波)一样,ME服从Galileo变换不变性,只不过媒质是波动的优越参照系。

因为电磁相互作用需要媒质,所以观测电磁现象就要搞清楚媒质与观察者参照系的关系,也就是运动物体与媒质的关系。从理论和实验现象出发,人们有三种基本观点:

①运动物体对媒质无影响。用望远镜充水测光行差的实验和其他不少实验,似乎支持动体对媒质无影响。

②运动物体部分拖曳媒质。Fresnel提出了部分拖曳公式,Fizeau流水实验似乎支持动体部分拖曳媒质。

③运动物体完全拖曳媒质。Stokes提出了(所有动体)完全拖曳的模型。后来人们又提出了大质量物

体完全拖曳的模型和局部优势引力场对应于光媒质的模型。

持上述三种观点中任意一种的学者,在十九世纪中期仍然认为ME服从Galileo变换不变性,只要把运动物体与媒质的关系考虑进去即可。如果运动物体对媒质无影响,那么使用GT可以通过光学实验来测定运动物体相对于电磁/光媒质的速度。在地球上可以通过光学实验来测定地球相对于电磁/光媒质的速度。人们甚至可以进一步推论,如果动体对媒质无影响,那么电磁/光媒质应该在空间中绝对静止,因此,在地球上可以通过光学实验来测定地球的绝对速度。Michelson 1881年、Michelson和Morley 1887年的实验就是为了测量地球相对于电磁/光媒质的速度从而确定上述三种观点中哪一种正确,其隐含的理论基础当然是ME服从Galileo变换不变性。Michelson 1881年的实验结论是地球完全拖曳光媒质,因此测不到地球相对于电磁/光媒质的速度。Michelson和Morley 1887年的实验再次证实Michelson 1881年的实验结论。

主张①的学者包括Fitzgerald和Lorentz,不接受“地球完全拖曳光媒质”的实验结论。Fitzgerald在1889年《Science》杂志上发表的短信中提出,Michelson和Morley 1887年的实验结果可能由物体在运动方向上的 $\sqrt{1-v^2/c^2}$ 量级的长度收缩所致。Lorentz随后提出了建立在“长度收缩”和“时间膨胀”假说基础之上的LT,来协调‘运动物体对光媒质无影响’(即以在空间中绝对静止)的观点与Michelson和Morley 1887年实验结果(根据GT可知)地球完全拖曳光媒质之间的矛盾。因此ME服从Lorentz协变性、而不服从Galileo协变性的根源就在于Lorentz等人一方面坚持以太在空间中绝对静止的观点,另一方面又不得不接受以太被地球完全拖曳时才会出现的光学和电磁学实验结果。LT就是这两方面妥协的结果。放弃‘以太/光媒质在空间中绝对静止’的观点,接受光媒质被地球等大质量物体完全拖曳的结果,ME就完全服从GT不变性,而根本不服从LT不变性。GPS的工作原理和广义相对论中的光速可变实际上都提示光媒质的存在,并且光媒质对应于局部优势引力场。

Einstein对这一问题的处理是继承了Lorentz以太理论的数学形式,抛弃了其物理基础(光媒质)。因此,在SR中ME像在Lorentz以太理论中一样服从Lorentz协变性。Einstein通过把Lorentz以太理论的结果(‘长度收缩’和‘时间膨胀’导致ME服从LT,使

光速不变),当成原因和前提,抛弃了光媒质,提出光速不变原理以及‘ME与LT一致’的观点,由光速不变和相对性原理推导出LT,再由LT推导‘长度收缩’和‘时间膨胀’。Lorentz以太理论中光媒质的存在,提供了速度效应的物理基础,避免了悖论/佯谬的出现。SR则抛弃了光媒质,导致了众多悖论/佯谬”。

马青平教授的以上分析是很深刻的,从中可以看出 Einstein 其实是在背离 Lorentz 的情况下以错误的认知作为基础而进行了一整套力求自圆其说的逻辑循环。过去笔者曾在论文中指出<sup>[46]</sup>:从1892年到1904年,H.Lorentz假设动体的长度缩短和时间延缓,以便解释 Michelson-Morley 实验。1905年及1952年 A.Einstein 各给出了关于长度缩短的推导,但这些相对论性长度缩短存在逻辑矛盾。Lorentz 理论是说,静止在以太中的物体的长度和相对以太运动的物体的长度有这种关系。但在狭义相对论(SR)中对物理现象的相互性看法造成长度缩短一事有多个佯谬(悖论)。这是因为SR的逻辑基础是相对运动,会造成原理上的悖论。实际上没有任何关于长度缩短理论实验证明。

在 Lorentz 理论中,时间延缓由动体的绝对运动引起。相对于静止的时钟,绝对速度大的时钟变慢;这是 Lorentz 以太论中的时间延缓。但在 SR 中用动体相对速度取代绝对速度,情况完全不同。Einstein 是以不同观察者参考系的相对运动取代观察者与以太的关系,来解释长度缩短和时间延缓。因而产生了许多悖论质疑 SR 的自洽性,最著名的是 P.Langevin 于1911年提出的双生子佯谬。

物理学定律之一的相对性原理从任意惯性系看来的一致性最先由 H.Poincaré 推介,而 Lorentz 变换(LT)体现该原理,但 H.Lorentz 于1904年发表的相对性思想是在以太存在性之下得出的。1905年 Einstein 发表了著名论文<sup>[40]</sup>,其中有一个公设——光速不变性原理,由此认为不需要以太,亦即用不着一个优先的参考系。后来的讨论总包含下述问题: Einstein 的狭义相对论(SR)和改进的 Lorentz 理论(MOL),哪个更好地描述自然界? 这两者的主要区别在于,SR认为所有惯性系都是平权、等效的,而MOL认为存在优先的参考系。多年来的众多研究讨论显示,SR存在逻辑上的不自洽,亦缺少真正确定的实验证实。由此可以理解欧洲核子研究中心(CERN)的著名科学家 John Bell 在1985年所说的话:“我想回到 Einstein 之前,即 Poincaré 和 Lorentz”。值得注意的是,SR无法解释近年来

出现的研究成果——引力传播超光速和量子纠缠态传播超光速,而MOL却能解释。

由此可见,一些习惯于挥舞相对论大棒打人的物理学家,其实并不了解物理学发展的历史,也没有弄懂相对论。至于王中林的方程组,本文并非要保证其正确,而是说不能动不动就用“违反LT协变性”的指责抹杀一切新的物理理论。正如王令隽教授所说,LT协变性并非一种铁的物理定律,如用它去衡量ME(或其他方程,如WE),你必须首先保证相对论正确,但无论SR或GR都是漏洞百出,ME又怎么可能(如 Einstein 等人所希望的)与相对论一致呢?!

2021年,笔者发表题为“Einstein的狭义相对论是正确的吗?”的论文<sup>[36]</sup>。文章说,关于SR的第一公设(狭义相对性原理),一直受到科学家们的尖锐批评(例如 H.Bondi<sup>[47]</sup>、郭汉英<sup>[48]</sup>、谭暑生<sup>[49]</sup>)。他们指出,相对性原理与宇宙学不协调,大尺度时空也根本不是 Minkowski 时空,而是宇宙标准时间和宇宙背景空间。实际上,SR时空观在宏观上是不成立的,只承认运动的相对性而不承认其绝对性是根本错误的。另外,有学者(例如王汝涌教授)专门设计了证伪狭义相对性原理的实验,实际上,王教授多年来一直写文章论述SR的两个原理(两个公设)都是错的,从未真正被实验所证实。

Einstein 曾在一篇文章中说:“Newton 啊,请原谅我!”……但是他对 Maxwell 却不敢如此,因为电磁学非他所长,而且 Maxwell 理论有坚实的实验基础。在1905年 Einstein 是一名不曾做过电磁学实验的26岁青年,对 Maxwell 抱有敬畏之心。虽然他写论文时用了一个不错的题目(“论动体的电动力学”)<sup>[40]</sup>,其内容却与题目不相称。所以,对于某物理学家的说法(“王中林的问题在117年前就由 Einstein 解决了”),笔者是不接受的!至于王中林的成果,正如文献[50]所讲,用“不满足LT不变性”来否定WE是说不通的。此外,介质电磁场的本构方程本来就没有LT不变性;也就是说,ME其实并不满足LT不变性。……此外,不应拿相对论作为打击一切新理论的借口。

## 11 结束语

以 Maxwell 方程组(ME)为核心的经典电磁理论是长久不衰的,一直保持着强大的生命力。它是物理学的三大支柱之一,另两个是 Newton 经典力学体系和以量子力学(QM)为核心的量子理论体系。经典电

磁理论在总体上是完备的,但也存在本文指出的若干问题。对这些问题的深入探讨不是为了否定经典电磁理论——由于它诞生于对无数电磁现象观察和测量的基础之上,是对自然的物理实在性的生动体现,也经过长期实践的检验,它是否定不了的。进一步的探讨将改进它,提高其深刻性和完备性,使这个科学珍珠更加明亮,益发光彩动人!

本文用深入的数学分析讨论了矢量化ME及矢量电磁波方程的直接求解问题,这个课题还有进一步深化的必要,相信会引起人们的兴趣。本文指出,数学上的深刻化和物理概念上的现代化是相辅相成的。……本文用相当多的篇幅讨论了ME的粒子性改进方向,并推导了Proca电磁波方程,以期引起学术界的重新认识和重视,体现对“波粒二象性”理念的坚持。最后,本文讨论了ME与相对论的关系,指出在不久前的讨论中一些人用“不满足LT不变性”来否定新提出的“扩展ME的理论,其理由并不充分。不过,由于未作深入研究,我们不对WE的正确与否下断语,但认为应当加以重视并展开研究,这才是活跃学术、鼓励创新的必由之路。

**致谢:**感谢王令隽教授、梅晓春研究员、马青平教授和杨新铁教授的支持,以及相互间的有益讨论。

### 参考文献(References):

- [1] Maxwell J. On faradays lines of force[J]. Transactions of the Cambridge Philosophical Society, 1856, 10: 27-83.
- [2] Maxwell J. VIII. A dynamical theory of the electromagnetic field[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1865, (155): 459-512.
- [3] 黄志洵. 超光速研究——相对论、量子力学、电子学和信息理论的交汇点[M]. 北京:科学出版社,1999.
- [4] Dirac P. Lectures on quantum mechanics[M]. New York, USA:Yeshiva Univ, 1964.
- [5] 黄志洵. 非线性Schrödinger方程及量子非局域性[J]. 前沿科学,2016,10(2), 50-62.
- [6] 庞小峰. 非线性量子力学[M]. 北京:电子工业出版社, 2009.
- [7] Bloembergen N. Nonlinear optics[M]. New York, USA : WA Benjamin Inc, 1977.
- [8] 沈京玲. 非线性光学基础和应用[M]. 北京:首都师范大学出版社,2019.
- [9] 黄志洵. 光子是什么[J]. 前沿科学,2016, 10(3): 75-96.
- [10] Schrödinger E. Quantisierung als Eigenwertproblem IV [J]. Annalen der Physik, 1926, 81(4): 1-12.
- [11] Proca A. Sur la théorie ondulatoire des électrons positifs et négatifs [J]. Journal de Physique et le Radium, 1936, 7: 347-353; Compt. Rend., 1936, 202: 1420.
- [12] 方能航. 电磁理论导引[M]. 北京:科学出版社,1986.
- [13] Dirac P A M. Quantized singularities in the electromagnetic field[J]. Proc Roy Soc, 1931, A133: 60-72.
- [14] Cabrera B. First results from a superconductive detector for moving magnetic monopoles[J]. Phys Rev Lett, 1982, 48: 1378.
- [15] Böttcher C, Brown W. Theory of electric polarisation[M]. Leiden, The Netherlands :Univ of Leiden, 1952.
- [16] Webster D L, Hansen W W, Duveneck F B. Errata: ionization area of He and Bethe's theory[J]. Phys Rev, 1935, 47: 139-143.
- [17] Stratton J A. Electromagnetic theory[M]. New York, USA : Mc Graw Hill, 1941.
- [18] Tai C T. Dyadic Green's function in electromagnetic theory [M]. Intext Edu Pub, 1971.
- [19] Tai C T. Math. note 28[M]. Weapons Syst Lab, 1973.
- [20] 宋文森. 并矢格林函数和电磁场的算子理论[M]. 北京:中国科技大学出版社,1991.
- [21] 任晓雨, 马积福, 宋文森, 等. 关于矩形腔电并矢格林函数的讨论[J]. 微波学报, 1998, 14(2): 128-133.
- [22] 宋文森. 电磁波基本方程组[M]. 北京:科学出版社,2003.
- [23] 张元仲. 狭义相对论实验基础[M]. 北京:科学出版社, 1979.
- [24] Luo J, Tu L, Hu Z, et al. New experimental limit on the photon rest mass with a rotating torsion balance [J]. Phy Rev Lett, 2003, 90: 081801.
- [25] Majernik V. Quaternionic formulation of the classical fields [J]. Appl. Clifford Algebra, 1999, 9(1): 119-130.
- [26] Kruglov S I. Generalized Maxwell equations and their solutions[J]. Ann Fond L de Broglie., 2001, 26(4): 725-734.
- [27] Kruglov S I. "Square Root" of the Proca Equation: Spin-3/2 Field Equation[DB/OL]. arXiv: hep-th/0405088.
- [28] Lakes R. Experimental limits on the photon mass and cosmic magnetic vector potential[J]. Phys Rev Lett, 1998, 80 (9): 1826-1829.
- [29] 黄志洵. 关于电磁波特性的—组新方程[J]. 中国传媒大学学报(自然科学版),2019, 26(5): 1-6+18.
- [30] 黄志洵. 物理学之光——开放的物理思想[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2022.
- [31] Huang Z X. Two kinds of vacuum in Casimir effect [J]. Current Journal of Applied Science and Technology, 2021, 40(35):61-77.
- [32] 郭奕玲, 沈慧君. 物理学史(第2版) [M]. 北京:清华大学



- 出版社, 2005
- [33] 杨新铁. 关于超光速粒子的加速器测量[J]. 北京石油化工学院学报, 2006, 14(4): 63-69.
- [34] 黄志洵. 从声激波到光激波[J]. 中国传媒大学学报(自然科学版), 2020, 27(4): 1-15.
- [35] 裴元吉. 超光速试验方案探讨[J]. 前沿科学, 2017, 11(2): 22-24.
- [36] 黄志洵. 爱因斯坦的狭义相对论是正确的吗?[J]. 中国传媒大学学报(自然科学版), 2021, 28(5): 71-82.
- [37] 黄志洵. 对广义相对论的研究和讨论[J]. 中国传媒大学学报(自然科学版), 2022, 29(1): 64-80.
- [38] 马青平. 相对论逻辑自洽性探疑[M]. 上海: 上海科技文献出版社, 2004.
- [39] Ma Q. P. The Theory of Relativity: Principles, Logic and Experimental Foundation[M]. Nottingham, UK: Nova Science Publishers, 2013.
- [40] Einstein A. On the electrodynamics of moving bodies[J]. Annals of Physics, 1905, 322: 891-921.
- [41] Mei X C. The proof that there are no invariabilities of Lorentz transformations in the interaction theories of Micro-Particle physics[J]. Journal of Modern Physics, 2014, 5(8): 599-616.
- [42] 季国富. 论麦克斯韦方程组在伽利略变换下协变[DB/OL]. [2020-06-09] <https://zhuanlan.zhihu.com/p/449076138>. 2022.
- [43] 王青. 深入理解“拓展的麦克斯韦方程组”—2.0版[J]. 物理与工程, 2022, 32(2): 3-6.
- [44] 王中林, 陈鹏飞. 从物联网时代的高熵能源到迈向碳中和的蓝色大能源——接触起电的物理机理与摩擦纳米发电机的科学构架[J]. 物理, 2021, 50(10): 649-662.
- [45] Wang Z L. On the expanded Maxwell's equations for moving charged media system-general theory, mathematical solutions and applications in TENG [J]. Materials Today, 2021, 52: 348-363.
- [46] 黄志洵. 运动体尺缩时延研究进展[J]. 前沿科学, 2017, 11(3): 33-48.
- [47] Bondi H. Physics and Cosmology (offprint)[J]. Observatory, 1962, 82(929): 133-143.
- [48] 郭汉英. 爱因斯坦与相对论体系[J]. 现代物理知识, 2005, 17(5): 22-32.
- [49] 谭暑生. 从狭义相对论到标准时空论[M]. 长沙: 湖南科学技术出版社, 2007.
- [50] 梅晓春. 王中林院士对电磁场运动方程的拓展是一个全新的创举[J/OL]. 原创物理研究(今日头条号), 20220224.

编辑:王谦

## 附录

# 关于 Maxwell 方程组 (ME) 的早期研究

宏伟的物理学大厦其实是建筑在三块基石之上: Newton 的经典力学 (Newton's Classical Mechanics), Maxwell 的经典电动力学 (Maxwell's Classical Electrodynamics), 以及多人建立的量子力学和量子电动力学 (Quantum Mechanics and Quantum Electrodynamics)。对于经典电磁场理论的渊源, 文献[32]有很好的总结; 它认为 Maxwell 方程组的形成来自 4 个方面:

- 静电学: Coulomb → Poisson → Gauss → Maxwell;
- 流电学: Galvani → Volta → Ohm → Maxwell;
- 电动力学: Ampere → Newman → Weber → Maxwell;  
Austead → Biot-Savart → Maxwell;
- 电磁感应与场论: Faraday → Kelvin → Maxwell;

最后都汇集到 Maxwell。1865 年是 Maxwell 创造力旺盛的年份 (34 岁), 他一方面消化、总结前人的工作, 又加进自己的创新理念 (位移电流), 终于成就了一块物理学大厦的基石, 即 ME。

Maxwell 于 1865 年提出的电磁场方程组全为微分形式, 共 20 个标量方程。按照他当时的说法, ME 包含了以下概念: 电荷量、电势、传导电流、电位移、全电流、磁力 (磁场强度)、电磁动量等。其中所谓电磁动量就是后来的矢势 (vector potential)  $\mathbf{A}$ 。

人们都熟悉 H. Hertz 用实验发现电磁波从而证实了 Maxwell 的预言, 但不清楚 Hertz 在理论上对 ME 的贡献。

因此有必要对 Hertz 其人其事作简要的介绍,这也有助于了解 Maxwell 所处的时代。德国物理学家 H.Hertz (1857-1894)的生命比 Maxwell 还要短促,但却像流星般光亮地飞过历史的天空,令人不能忘怀。Hertz 生于汉堡,23岁时毕业于柏林大学。他是著名物理学家 H.Helmholtz(1821-1894)的学生,毕业后即担任 Helmholtz 教授的助教。正是这位业师建议他对 Maxwell 的学说作理论和实验研究;而且,在 1870 年 Helmholtz 提出了媒质极化的概念。

在当时的欧洲科学界,有一个大问题是:Maxwell 的理论究竟对不对? 1879 年至 1883 年期间,Hertz 一直在思考和研究这个问题。1885 年 Hertz 成为 Karlsruhe 高等工业学校的教授,这里设备较好,因而他能在 1887 年用实验证明电磁波确实存在。实验以不同方式进行过多次,都获得成功。据查证,Hertz 在 1888 年发表过两篇论文,都提到他产生的电磁波波长是 2.8m。1889 年发表的文章提到的波长是 4.8m、2.8m;同年的另一篇文章说波长为 4-5m、66 cm、58 cm 等。这些论文都发表在权威性的德文刊物《Annalen der Physik》上。

在理论上他也作了许多研究。1889 年 Hertz 发表“论 Maxwell 电磁学基本方程”论文;又在 1888 年、1890 年发表论文,讨论如何改进 ME。当然不仅是 Hertz,其他还有 H.Lorentz 等著名物理学家参与讨论。在尊重 Maxwell 的原始发明权的基础上,加以提炼、总结和综合,形成了最终的以 4 个矢量微分方程的组合,这就是后人非常熟悉的 ME 标准形式 [见本文(1)、(2)、(3)、(4)式]。

但是,在不同单位制中,ME 的形式不完全相同。例如在 Gauss 单位制中,ME 的形式为

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 4\pi\rho \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (4)$$

其他单位制时的 ME 形式请见文献[12]。