

# 基于对比源的微波成像矩阵算法研究

逯贵祯<sup>1</sup>,王猛<sup>1</sup>,陈军文<sup>1,2</sup>

(1. 中国传媒大学信息与通信工程学院,北京 100024;  
2. 中国航天科工集团第二研究院科技委,北京 100854)

**摘要:**本文提出了一种基于对比源的微波成像矩阵算法。目前常用的微波成像算法主要采用迭代求解的这一模式,例如传统的对比源反演采用梯度优化的方法进行迭代运算,随机优化算法在构建目标函数的基础上进行迭代求解。但是迭代求解的时间成本与硬件成本非常高,并且针对复杂成像问题易产生较大误差。本文首先对传统成像模型进行改进,为保证对比源的恒定,采用固定位置的激励源入射,在多层圆周上均匀分布的测量点接收散射信号。其次从Lippman-Schwinger方程出发推导了矩阵算法的物理模型,最后采用多种相对介电常数分布的成像问题,对算法进行了验证。仿真结果表明,本文提出的微波成像矩阵算法计算效率高,并且针对复杂成像问题具有良好的性能。

**关键词:**对比源;微波成像;矩阵算法;相对介电常数

中图分类号:TM154.4 文献标识码:A 文章编号:1673-4793(2022)01-0052-07

## Research on microwave imaging matrix algorithm based on contrast source

LU Guizhen<sup>1</sup>, WANG Meng<sup>1</sup>, CHEN Junwen<sup>1,2</sup>

(1. Communication University of China, School of information and communication engineering, Beijing 100024, China; 2. Science and Technology Committee of the Second Institute of China Aerospace Science and Industry Corporation, Beijing 100854, China)

**Abstract:** A microwave imaging matrix algorithm based on contrast source is proposed in this paper. Currently commonly utilized microwave imaging algorithms mainly adopt iterative solution. For instance, traditional contrast source inversion employs gradient optimization method for iterative operation, and stochastic optimization algorithm performs iterative solution based on the construction of the objective function. However, the time cost and hardware cost of iterative solution are very high, and large errors are likely to be obtained for complex imaging problems. This paper first improves the model of traditional imaging that a fixed excitation source for incident is applied and several receivers on the multi-layer uniform circle are applied to obtain scattering signal to ensure the constancy of the contrast source. Secondly, the physical model of the matrix algorithm is deduced from Lippman-Schwinger equation. Finally, a variety of imaging problems of relative permittivity distribution are employed to verify the algorithm performance. The simulation results show that the microwave imaging matrix algorithm proposed in this paper has high computational efficiency and good performance for complex imaging problems.

**Key words:** contrast source; microwave imaging; matrix algorithm; relative permittivity

## 1 引言

微波成像是一种典型的近场成像技术,已经在无损检测、医学诊疗、安检等方面得到了广泛的应用并获得良好性能<sup>[1,2]</sup>。微波成像问题的核心是通过得到的散射场数据,求解散射体材料系数、位置和形状等参数。目前大部分成像算法都是基于 Lippman-Schwinger 方程,由于方程的非线性与高度病态性,给求解过程带来了一定的困难。因此,研究者们一直致力于性能良好的微波成像算法研究。但是由于微波成像算法具有严格的指向性,故算法种类多样。

传统微波成像算法主要包括随机优化算法<sup>[3]</sup>,例如:粒子群优化(particle swarm optimization,PSO),遗传算法(genetic algorithm,GE)和差分进化算法(differential evolution,DE)等;时间反转成像(decomposition of the time reversal operator,DORT)<sup>[4]</sup>,对比源反演(Contrast Source Inversion,CSI)<sup>[5,6]</sup>,子空间优化策略(Subspace Optimization Method,SOM)<sup>[7-9]</sup>及其相关改进算法以及基于压缩感知(Compressive Sensing,CS)<sup>[10]</sup>理论的成像算法等。

大多数微波成像算法都需要进行迭代运算,比如:随机优化方法在合理的构建目标函数的基础上进行多次迭代进而有效的解决微波成像问题;CSI与SOM算法需要梯度优化算法进行迭代计算。虽然迭代运算具有很强的适用性,但是在时间成本与硬件成本上是非常高的。同时,微波成像是严格的物理场问题,以物理场问题为例,研究者们在过去的几年中提出了很多有效的解决方法,这些方法已被用于改进反演模型,以避免传统的黑盒求解<sup>[11,12]</sup>。

对比源反演是一种经典的成像算法,其求解过程是一个病态性严重的问题,其中的测量矩阵是一个病态矩阵,测量矩阵与散射点位置有着密切关系,研究散射场测量的采样点,可以有效改善测量矩阵的矩阵条件数,从而使该参数在数值计算中更易于求解。

针对目前对比源反演算法采用的梯度优化算法计算繁琐的劣势与随机优化算法存在迭代收敛计算时间长的缺点,本文从矩阵角度出发,研究基于矩阵运算的反演算法。为了提高成像分辨率,需要更多的目标区域尺寸,传统对比源反演算法为了得到更多的散射数据,入射场采用不同位置。由于对比源与入射场有关,入射场的恒定能够保证对比源的恒定。本文首先提出了一种对比源微波成像反演模型,激励源固定,对散射场数据进行多圈层测量,以确保对比源这

一物理量不发生变化;其次基于 Lippman-Schwinger 方程推导了矩阵算法的运算过程。该算法无需进行迭代运算,提高了计算效率,同时可以适用于更加广泛的散射体类型。

本文各章节安排如下:第二节介绍了一种对比源微波成像反演模型,第三节介绍了基于矩阵运算的微波成像算法,第四节对提出的算法进行了仿真验证,最后对现有工作的不足和局限性进行了阐述,对未来的工作方向进行了展望。

## 2 对比源微波成像反演模型

微波成像通常是指采用微波辐射信号深入到散射物体,通过采集散射物体的散射信号,对散射物体的形状和内部参数进行反演的过程。典型的微波成像如图 1 所示。

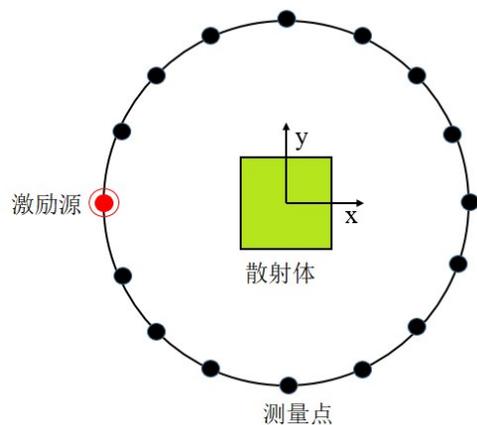


图1 传统微波成像方法

如图 1 所示,在传统的微波成像模型中,入射微波信号通常采用点源作为激励源,图中所示的二维微波成像问题采用线电流源。散射信号通常在围绕散射物体的圆周上进行均匀采样。受到固定频率的入射波的波长影响,在一个圆周上针对固定频率采集的散射信号通常只能是有限个信号。散射样本信号的缺乏,会导致散射体信息的丢失,更严重的会造成反演成像的失败。为了克服散射信号样本少的问题,一般可以通过改变入射微波信号源位置,进行多位置采集,假设一共采用 $N$ 个位置的入射位置,采用 $M$ 个接收位置,此时采样点的坐标数目一共需要 $N \times M$ 个,这样就可以增加采集的样本数目,提高散射信息的完整性。

“对比源”这一概念于1997年由 Peter M van den Berg 提出<sup>[5]</sup>。对比源的物理意义是成像域内总场与材

料参数(对于非磁性材料,通常是介电常数)的乘积。采用Born近似的框架下,对比源与入射波信号有明显的关系。在相关的文献中,利用对比源方法进行微波成像,通常需要构造合适的目标函数,通过优化迭代过程进行反演成像。

为了解决已有成像算法的局限性,本文提出一种入射源固定,通过采用不同半径圆周收集微波散射信号的方法,实现微波成像的求解,对比源成像反演模型如图2所示。在入射源固定的条件下,不论是散射成像计算,还是散射物体区域内部总场的计算,对比源都是相同的。在对比源一致的条件下,可以大大简化微波成像反演过程,通过矩阵运算就可以得到微波成像结果。

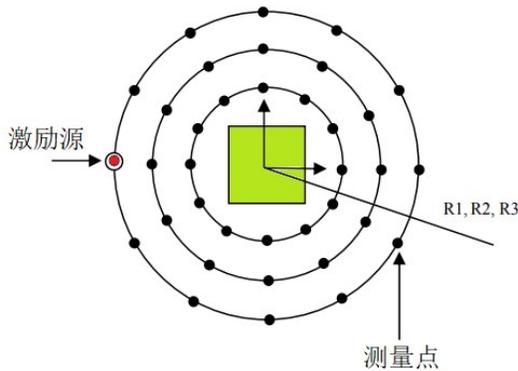


图2 对比源微波成像反演模型

在第3节,根据图2的微波成像反演模型,本文给出基于矩阵运算的微波成像方法,该方法避免了优化算法的迭代计算。

### 3 基于矩阵运算的微波成像算法

目前常用的微波成像算法都是基于电场积分方程实现微波成像的反演计算。在二维空间内的矢量电磁场问题,可以转化为计算电磁场一个坐标分量的问题,这样可以简化为标量积分方程的问题。采用参考文献[5]的符号,电场积分方程如下所示:

$$u(\vec{p}) = u^i(\vec{p}) + k^2 \int_D G(\vec{p}, \vec{q}) \chi(\vec{q}) u(\vec{q}) dv \quad (1)$$

其中,  $\vec{p}$  和  $\vec{q}$  表示2维空间中的位置向量,  $u(\vec{p})$  表示总场,  $u^i(\vec{p})$  表示入射场,  $D$  是散射物体的空间区域,同时满足如下关系:

$$k = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \quad (2)$$

$$\chi(\vec{q}) = \frac{\varepsilon(\vec{q}) - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \quad (3)$$

$$G(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k|\vec{p} - \vec{q}|) \quad (4)$$

其中,  $H_0^{(1)}$  表示零阶第一类Hankel函数。

定义对比源符号如下所示:

$$Cs(\vec{q}) = \chi(\vec{q}) u(\vec{q}) \quad (5)$$

因此散射场信号可以用对比源表示为:

$$u^s(\vec{p}) = k^2 \int_D G(\vec{p}, \vec{q}) \cdot Cs(\vec{q}) dv \quad \vec{p} \in S \quad (6)$$

其中,  $u^s(\vec{p}) = u(\vec{p}) - u^{inc}$

在散射目标区域,总场表示为:

$$u(\vec{p}) = u^i + k^2 \int_D G(\vec{p}, \vec{q}) \cdot Cs(\vec{q}) dv \quad \vec{p} \in D \quad (7)$$

由于散射场数据已知,由公式(6)可以看出,根据已知的散射场数据可以首先计算得到对比源  $Cs(\vec{q})$  的数值,然后由于入射场  $u^i$  已知,根据公式(7)可以得到目标区域总场  $u(\vec{p})$ ;最后,可以根据公式(5),通过已知的  $Cs(\vec{q})$  和  $u(\vec{p})$  得到目标区域的参数分布。

## 4 仿真与验证

本节采用五种不同的散射体进行矩阵算法的验证。入射波频率采用常用的ISM(Industry Science Medicine)频段中的2.4GHz,成像域为边长0.1m的正方形。采用矩量法计算微波成像中的正演问题。背景为自由空间。每一个圆周上等间距分布着90个接收点。一共设置3个接收圆周,总计270个接收点。激励源距离成像域中心为0.25m,三个测量圆周的半径分别为0.05m、0.10m和0.15m。对比源单位为V/m。

### 4.1 环形散射体

首先采用环形散射体,相对介电常数设置为5,散射体外尺寸0.07m×0.07m,内尺寸0.05m×0.05m,成像域中相对介电常数分布如图3所示。

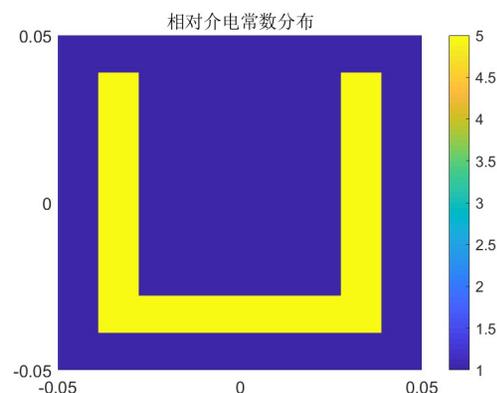


图3 环形散射体相对介电常数分布

利用提出的矩阵算法得到的环形散射体相对介电常数的反演结果如图4所示。

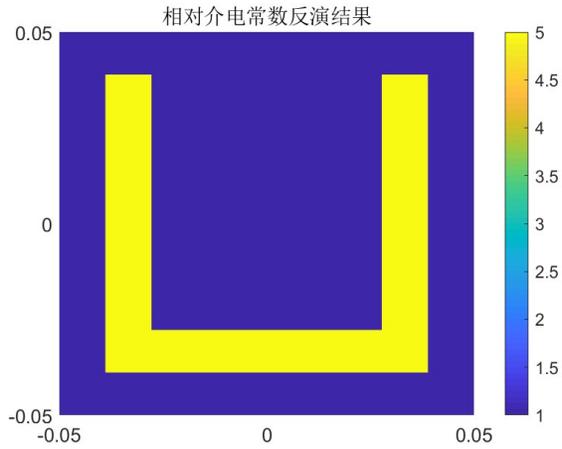


图4 环形散射体相对介电常数反演结果

为将原相对介电常数与反演结果进行比较,将两组相对介电常数在二维空间的分布变换到一维分布。如图5所示。其中,横坐标表示网格划分时的一维编号。其中 $\epsilon_1$ 为预先设置的相对介电常数, $\epsilon_2$ 为根据矩阵算法得到的相对介电常数。

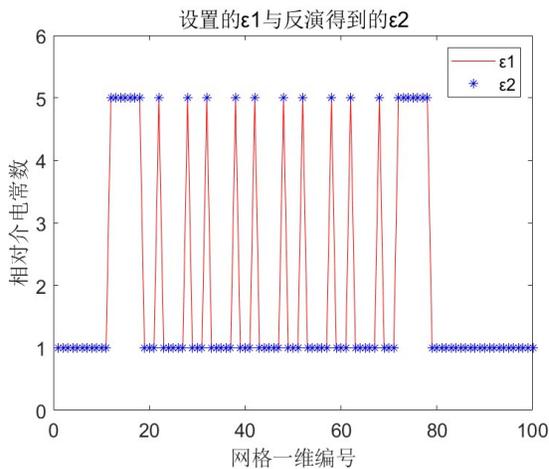


图5 环形散射体相对介电常数对比结果

从图4和图5的反演结果可以看出,提出的矩阵算法可以很好的实现相对介电常数的反演,并且反演结果没有受到环形散射体内部场耦合现象的影响,反演结果与预设参数吻合度较高。

### 4.2 三个均匀散射体

在成像域内放置三个相对介电常数分布均匀的散射体,相对介电常数分别设置为3,6和9,每一个散射体尺寸0.03m×0.03m,空间中相对介电常数分布如图6所示。

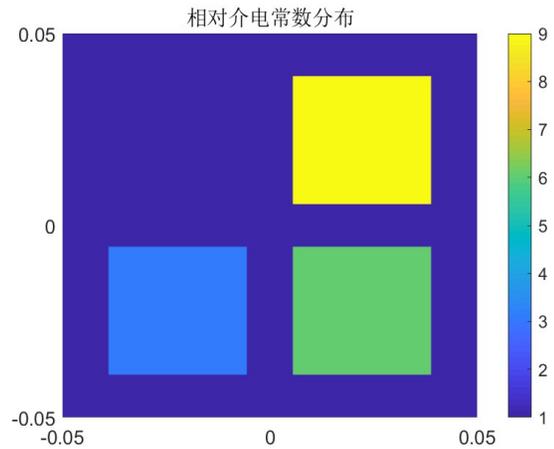


图6 三个散射体相对介电常数分布

利用提出的矩阵算法得到的三个散射体的相对介电常数反演结果如图7所示。

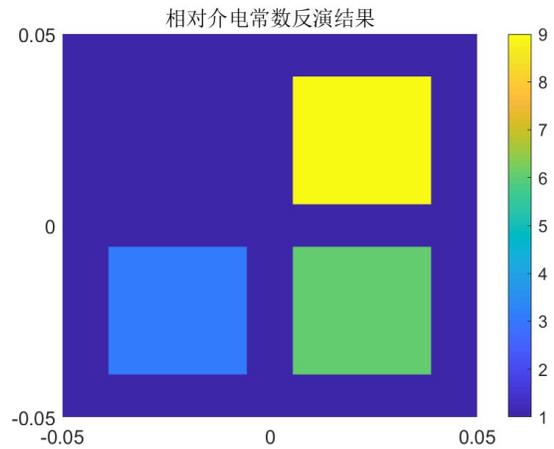


图7 三个散射体相对介电常数反演结果

一维分布下相对介电常数的对比结果如图8所示。

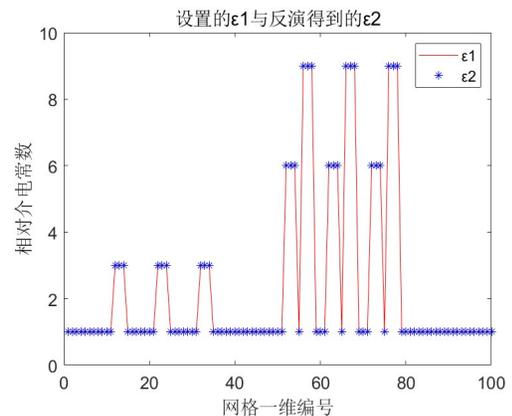


图8 三个散射体相对介电常数对比结果

从图7和图8的反演结果可以看出,提出的矩阵算法可以很好的实现三个散射体的成像问题,散射体的数量、位置以及相对介电常数数值与预设结果一致。

### 4.3 带气泡的散射体

成像域中放置一个相对介电常数分布均匀散射体,相对介电常数设置为5,散射体上随机分布两个气泡,散射体尺寸0.07m×0.07m,气泡尺寸0.02m×0.02m。空间中相对介电常数分布如图9所示。

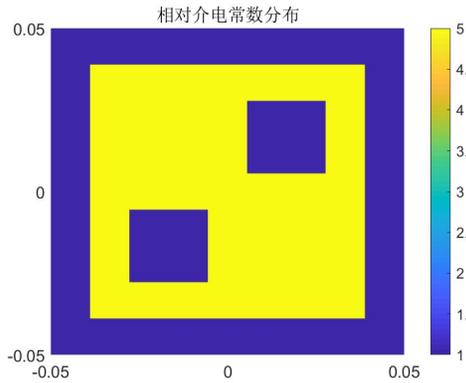


图9 带气泡散射体相对介电常数分布

相对介电常数的反演结果如图10所示。

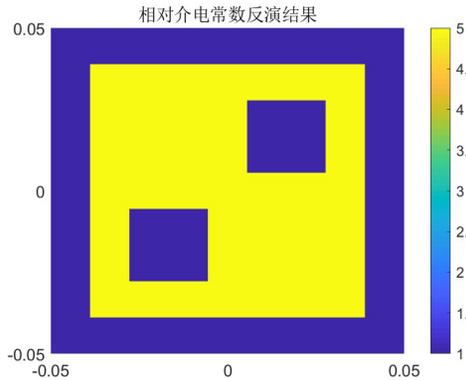


图10 带气泡散射体相对介电常数反演结果

一维分布下相对介电常数的对比结果如图11所示。

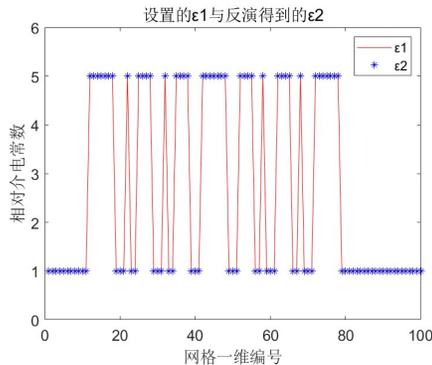


图11 带气泡散射体相对介电常数的对比结果

从图10和图11的反演结果可以看出,提出的矩阵算法可以很好的解决带有气泡的散射体的成像问题。散射体内部存在的气泡数量和位置与预设参数保持一致。

### 4.4 非均匀散射体

成像域放置一个相对介电常数分布不均匀的“L”型散射体,存在三个数值的相对介电常数,分别设置为5,7和10。长边尺寸为0.06m,短边尺寸为0.03m,空间中相对介电常数分布如图12所示。

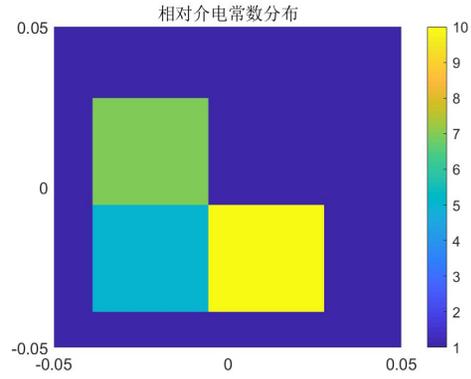


图12 非均匀散射体相对介电常数分布

相对介电常数的反演结果如图13所示。

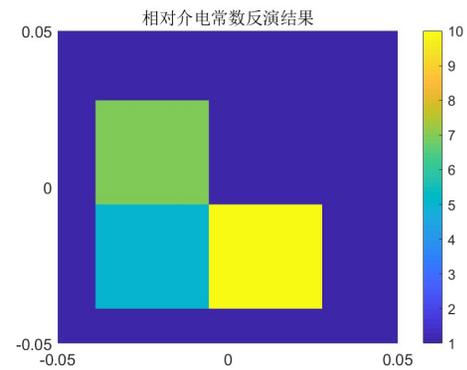


图13 非均匀散射体相对介电常数反演结果

一维分布下相对介电常数的对比结果如图14所示。

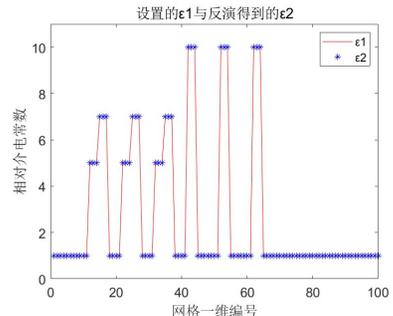
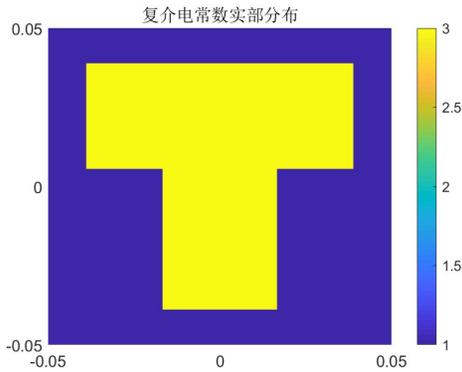


图14 非均匀散射体相对介电常数对比结果

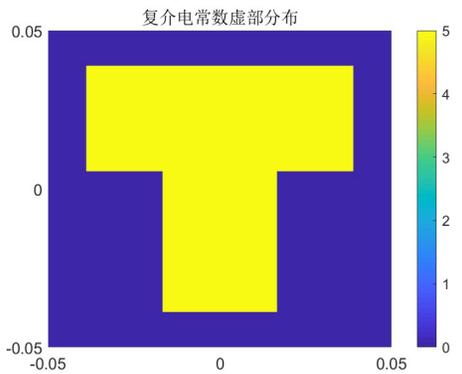
从图 13 和图 14 的反演结果可以看出, 提出的矩阵算法可以很好的解决非均匀散射体的成像问题。相对介电常数的重构结果与设置参数保持一致。

### 4.5 具有复介电常数的非规则散射体

前四个算例采用的相对介电常数皆为实数, 本算例采用具有复介电常数的非规则散射体对提出的矩阵算法性能进行验证。复介电常数设置为  $3+5i$ , 如图 15 所示。



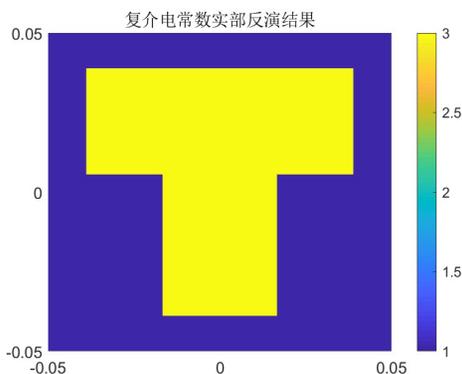
(a) 实部分布



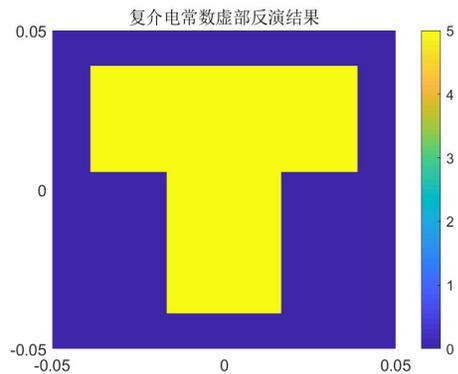
(b) 虚部分布

图 15 非规则散射体复相对介电常数分布

利用矩阵算法得到的复介电常数反演结果如图 16 所示。



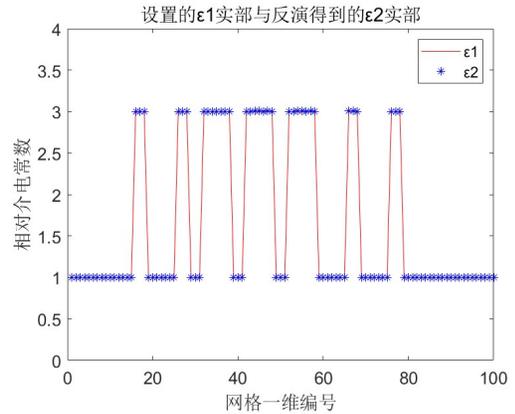
(a) 实部反演结果



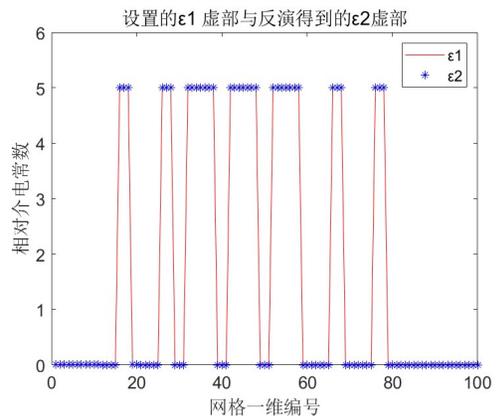
(b) 虚部反演结果

图 16 非规则散射体复相对介电常数反演结果

一维分布下非规则散射体的复介电常数对比结果如图 17 所示。



(a) 实部对比结果



(b) 虚部对比结果

图 17 非规则散射体复相对介电常数对比结果

从图 16 和图 17 的反演结果可以看出, 提出的矩阵算法可以很好的解决具有复介电常数的非均匀散射体的成像问题。由相关系数矩阵可以看出, 复介电常数的实部与虚部重构结果与设置的参数具有很强的相关性。

综上所述,从各个算例的反演结果可以看出,提出的基于对比源的矩阵算法可以很好的多样化的微波成像问题,反演得到相对介电常数与预设参数具有高度一致性。

同时,相对于传统的迭代算法,提出的矩阵算法无需进行迭代运算,节约了时间成本与硬件成本,具有更广泛的适用性。

## 5 总结与展望

本文提出的基于对比源的微波成像矩阵算法由 Lippman-Schwinger 方程推导而来,具有严格的物理意义和数学意义;同时,基于对比源的散射场反演模型采用了一个固定的激励源,有益于保证对比源的一致性,从而利于将复杂的成像问题转换成矩阵运算分步求解。仿真结果表明,提出的基于对比源的矩阵算法能够很好的解决均匀散射体与复杂散射体的成像问题。

通过对散射体介电常数的计算与总结,可以发现现有文献中散射体介电常数实部与虚部的数值选取相对较小。随着人工超材料的飞速发展,越来越多具有复杂介电常数的材料被提出,巨大的损耗与较大的反射系数对算法的性能提出了新的考验。将提出的算法应用于这类复杂成像问题,是下一步的目标与研究动力。

### 参考文献 (References):

- [1] Gupta H K, Sharma R, VV Thakare. Design of Symmetrical Shaped DGS Pattern Rectangular Microstrip Patch Antenna for Brain Tumor Detection by Microwave Imaging [J]. Materials today: proceedings, 2020, 29:548-555.
- [2] 张涛,王建平,高杨,丁璐,毕洪一,于天宇,薄涛.微波成像生命探测仪地震模拟环境测试方法研究[J].震灾防御技术, 2021,16(03):589-596.
- [3] Pastorino, Matteo. Stochastic Optimization Methods Applied to Microwave Imaging: A Review [J]. IEEE Transactions on Antennas & Propagation, 2007, 55(3):538-548.
- [4] Micolau G, Saillard M, Borderies P. DORT method as applied to ultrawideband signals for detection of buried objects [J]. IEEE Transactions on Geoscience & Remote Sensing, 2003, 41(8):1813-1820.
- [5] Berg P M V D, Kleinman R E. A contrast source inversion method [J]. Inverse Problems, 1997, 13(6):1607-1620
- [6] Sun S, Kooij B J, Yarovoy A G. Inversion of Multifrequency Data With the Cross-Correlated Contrast Source Inversion Method [J]. Radio Science, 2018, 53(5-6):710-723.
- [7] Xudong, Chen. Subspace-Based Optimization Method for Solving Inverse-Scattering Problems [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2010, 48(1): 42-49.
- [8] T Yin, Z Wei and X Chen. Wavelet Transform Subspace-Based Optimization Method for Inverse Scattering [J]. IEEE Journal on Multiscale and Multiphysics Computational Techniques, 2018(3): 176-184.
- [9] Y Zhang, Q Zhao, Z Zhao and Z Nie. A Hierarchical Subspace-Based Optimization Method for Reconstruction of 2-D Uniaxial Anisotropic Scatterers Using Multi-Frequency Data [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2021, 57(7):1-4.
- [10] 张清河,于士奇,时李萍,张士惠.对比源框架下的多任务贝叶斯压缩感知微波成像方法[J].电子学报,2020,48(11):2208-2214.
- [11] Wei Z, Chen X. Physics-Inspired Convolutional Neural Network for Solving Full-Wave Inverse Scattering Problems [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2019, 67(9):6138-6148.
- [12] 王龙刚,钟威,阮恒心,等.大尺度电磁散射与逆散射问题的深度学习方法[J].电波科学学报,2018, 33(5):519-524.

编辑:龙学锋,李树锋